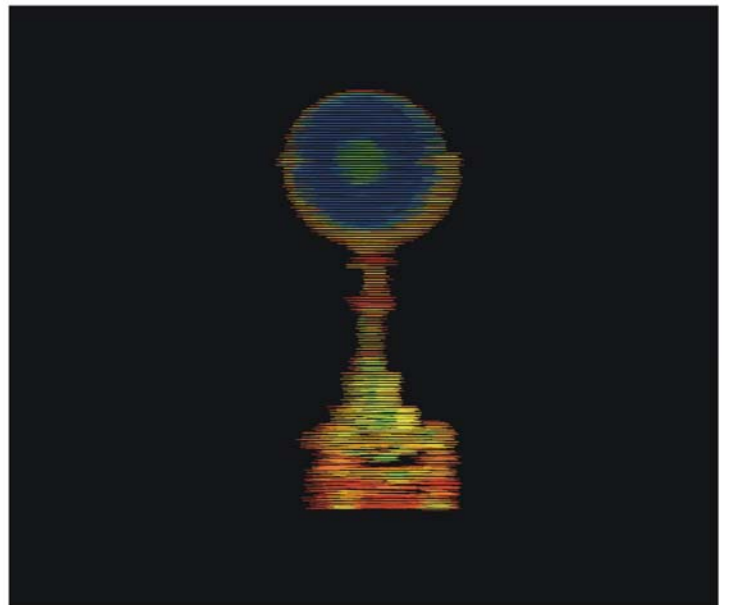
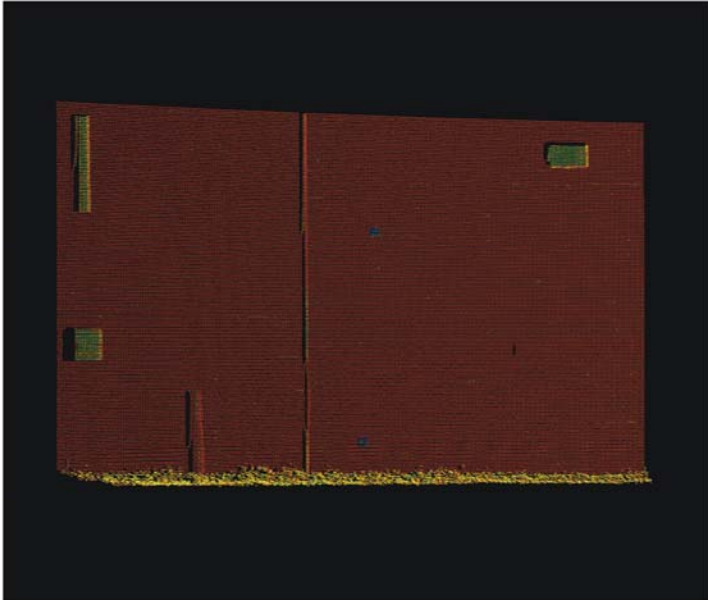


# Laserscanning

## - nøjagtighed ved sammenknytning





Titel: 'Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning'

Projektperiode: 1. februar – 30. juni 2005

Vejledere: Carsten Bech  
Morten Thoft

Gruppe 05tm1004:

---

Pernille N. L. Sørensen

---

Rasmus Rise

---

Heidi Hedegaard

Oplagstal: 7 stk.

Bilag: 7 stk.

#### Synopsis

Dette projekt omhandler laserscanning nærmere bestemt nøjagtigheden ved sammenknytning af scans.

Det undersøges hvilken nøjagtighed, der kan opnås ved sammenknytning vha. udgangssigter i forhold til traditionelle metoder. Overordnet er det tre metoder, der sammenlignes:

- Sammenknytning vha. punktsky
- Sammenknytning vha. targets
- Sammenknytning vha. udgangssigte

Metoderne sammenlignes med hensyn til relativ og absolut nøjagtighed. Der udføres en række forsøg, hvor forskellige sammenknytninger undersøges. Resultatet af undersøgelserne er, at sammenknytning vha. udgangssigter tilnærmelsesvis kan opnå samme nøjagtighed som sammenknytning vha. targets for den absolutte nøjagtighed. For den relative nøjagtighed er targets umiddelbart bedre. Sammenknytning vha. punktsky er dårligere end begge ovenstående metoder.



---

# Forord

---

Dette projekt er udarbejdet af gruppe 05tm1004 på Landinspektøruddannelsens 10. semester under temaet 'Teknisk måling'. Projektperioden forløber fra d. 1. februar til d. 30. juni 2005.

Rapportens opbygning følger et kontinuert flow, mens arbejdsprocessen foregår gennem en iterativ proces.

Kildehenvisninger angives efter følgende metode: [Forfatterens efternavn, udgivelsesår, sidetal]. Har en forfatter udgivet flere af de anvendte kilder indenfor samme år, tilføjes et tal i numerisk rækkefølge til forfatterens efternavn. Kildehenvisningerne kan variere alt efter, om der henvises til hjemmesider, bøger eller lignende.

I teksten er placeringen af kilderne afgørende for, hvad de henviser til. En kilde placeret i slutningen af en sætning indenfor punktum, henviser kun til sætningen. Kilder, placeret efter sidste sætnings punktum, henviser til afsnittet. Henviser kilden til flere afsnit, er den placeret en linje efter sidste afsnit. Figurer udarbejdet af gruppen markeres med [L10-4].

Litteraturlisten inddeles efter bøger og hjemmesider, og opstilles alfabetisk efter forfatterens efternavn. Bilagene findes bagerst i rapporten og opdeles alfabetisk. Bilag, der er relevant for læsningen af rapporten, er vedlagt på papirform i separat mappe, de øvrige er vedlagt på CD. Bilags CD'en opdeles i kategorier, hvor hver kategori tildeles et tal, der sammen med bogstavangivelsen anvendes ved henvisninger i teksten. Illustrationer i teksten dvs. figurer, tabeller eller billeder, angives alle som en figur, og nummereres fortløbende indenfor hvert kapitel. Kort gengives med tilladelse fra Kort og Matrikelstyrelsen, G24-98.

Rapporten indeholder fire appendiks. Disse skal ses som en hjælp til læsningen af rapporten. Der henvises i teksten til appendiks, hvor det er muligt at få uddybet det pågældende emne.

Tak til Lene Kallehauge fra Idrætscenter Gigantium for samarbejde i forbindelse med opmåling.

Tak til Morten Hellemann fra Landinspektørfirmaet Nellemann & Bjørnkjær for interview.





---

# Indholdsfortegnelse

---

1	Indledning .....	11
2	Foranalyse.....	15
2.1	Principper i laserscanning.....	15
2.1.1	Dataindsamling.....	15
2.1.2	Databearbejdning.....	17
2.1.3	Datapræsentation.....	18
2.2	Scannerne .....	20
2.2.1	Cyrax 2500 .....	20
2.2.2	HDS3000.....	20
2.3	Sammenligning af Cyrax 2500 og HDS3000 .....	21
3	Problemformulering.....	25
3.1	Afgrænsning af foranalyse.....	25
3.2	Problemformulering .....	25
4	Metode .....	29
4.1	Projektstruktur.....	30
5	Beskrivelse af undersøgelse .....	33
5.1	Sammenknytningsmetoder.....	33
5.1.1	Punktsky .....	33
5.1.2	Targets.....	35
5.1.3	Udgangssigte.....	36
5.2	Krav til undersøgelse .....	37
5.2.1	Punkttæthed .....	37
5.2.2	Beskrivelse af punkter.....	39
5.2.3	Overlap.....	39
5.2.4	Vurdering af resultater.....	40
5.3	Sammenfatning.....	41
6	Planlægning af opmåling .....	43

6.1	Områdebeskrivelse.....	43
6.2	Planlægning af referencenet.....	44
6.2.1	Etablering af punkter.....	44
6.2.2	Centrering.....	50
6.3	Sammenfatning.....	52
7	Indmåling af punkter.....	53
7.1	Resultater.....	53
7.1.1	Opstillingspunkter.....	54
7.1.2	Udgangssigtepunkter.....	55
7.1.3	Kontrolpunkter.....	57
7.2	Kontrolmåling.....	58
7.2.1	Vurdering af kontrolmåling.....	58
7.2.2	Absolut afvigelse.....	59
7.3	Sammenfatning.....	62
8	Måling med laserscanner.....	65
8.1	Opmåling.....	65
8.1.1	Opstilling af scanner.....	65
8.1.2	Anvendelse af targets.....	65
8.1.3	Scanning.....	66
8.1.4	Afvielser fra det planlagte.....	67
8.2	Sammenknytning.....	67
8.2.1	Sammenknytninger der udføres.....	67
8.3	Resultater.....	70
8.3.1	Spredning på targets.....	70
8.3.2	Transformation.....	71
8.4	Sammenfatning.....	72
9	Vurdering af undersøgelse.....	73
9.1	Punktsky.....	76
9.1.1	Relativ nøjagtighed.....	77
9.1.2	Sammenfatning punktsky.....	83

9.2	Targets .....	85
9.2.1	Relativ nøjagtighed.....	85
9.2.2	Sammenfatning relativ.....	90
9.2.3	Absolut nøjagtighed .....	91
9.2.4	Sammenfatning absolut .....	96
9.3	Sammenfatning af targets .....	96
9.4	Udgangssigter.....	98
9.4.1	Relativ nøjagtighed.....	98
9.4.2	Sammenfatning relativ.....	105
9.4.3	Absolut nøjagtighed .....	105
9.4.4	Vipning - ikke korrigeret .....	106
9.4.5	Sammenfatning absolut - ikke korrigeret.....	113
9.4.6	Vipning - korrigeret.....	113
9.4.7	Sammenfatning absolut - korrigeret .....	120
9.5	Sammenfatning udgangssigte .....	121
10	Konklusion .....	123
11	Perspektivering.....	131
11.1	Forbedringsmuligheder.....	131
11.2	Fremtidig anvendelse .....	133
11.3	Anvendelse af HDS3000.....	135
11.4	Digitalisering af bevaringsværdige bygninger .....	136

Appendiks A Teori for laserscanning

Appendiks B Fejlteori

Appendiks C Testnet

Bilag A Beregning af vipning

Bilag B CD

Bilag C - G Bilagsmappe

Cyclone data er vedlagt bagerst i rapporten på 2 CD'er

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

# 1 Indledning

For nogle år siden anskaffede Aalborg Universitet, i samarbejde med Landinspektørfirmaet Nellemann & Bjørnkjær, laserscanneren Cyrax 2500. Siden da er der sket en del i udviklingen af laserscannere, hvilket har medført, at Aalborg Universitet, igen i samarbejde med Nellemann & Bjørnkjær, i efteråret 2004, anskaffede en ny laserscanner, HDS3000. Baggrunden for valg af projektemne tager udgangspunkt i erhvervelsen af den nye laserscanner.

Følgende problemstilling vælges som det initierende problem:

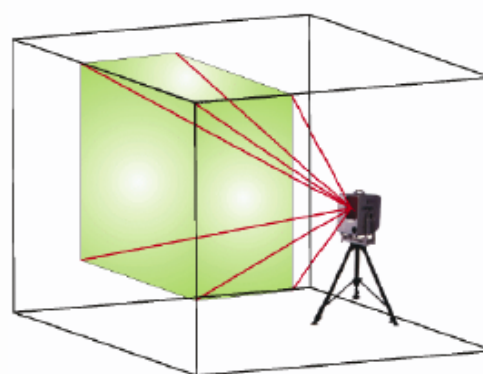
*Hvilke forskelle er der ved HDS3000 i forhold til Cyrax 2500?*

Den overordnede forskel mellem Cyrax 2500 og HDS3000 er, at den ene er en kamerascanner og den anden er en panoramascanner.

Efterfølgende gennemgås de to scannertyper, hvorefter der gives en række eksempler på, hvordan laserscanning generelt kan anvendes.

## Kamerascanner

En kamerascanner scanner et begrænset område, hvilket illustreres via det grønne felt i Figur 1.1.

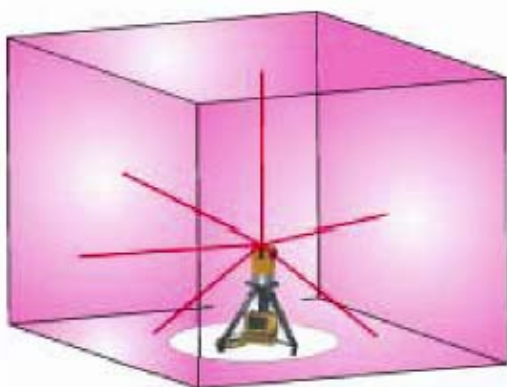


Figur 1.1: Viser området en kamerascanner kan scanne i et scan. [Nielsen m.fl., 2002, s. 24]

I forbindelse med brugen af en kamerascanner anvendes der ofte en række targets, der påsættes objektet eller opstilles umiddelbart ved siden af objektet, der skal scannes. Vha. disse targets er det efterfølgende muligt at sammenknytte flere scans. Hvis det skal være muligt at foretage nettilknytning, er det nødvendigt også at indmåle targets med totalstation. Pga. det begrænsede område en kamerascanner kan dække, er det ofte nødvendigt med flere scans.

### Panoramascanner

I de sidste par år er der sket en del indenfor udviklingen af laserscannere. Noget af det nyeste er panoramascannere. En panoramascanner kan scanne 360 grader om vertikalaksen. Nogle scannere kan også scanne lodret opad, således det er muligt at scanne et helt rum ved kun et scan, på nær det lille område under scanneren. Dette illustreres i Figur 1.2.



Figur 1.2: Viser området en panoramascanner kan dække i et scan. [Nielsen m.fl., 2002, s. 24]

Da panoramascannerne blev udviklet, opstod der en forestilling om, at det ikke længere ville være nødvendigt med targets og sammenknytning af punktskyer, da en panoramascanner kunne scanne det hele på en gang. Dette er kun tilfældet, hvis der skal scannes et enkelt rum, og hvis der ingen blinde vinkler er i det

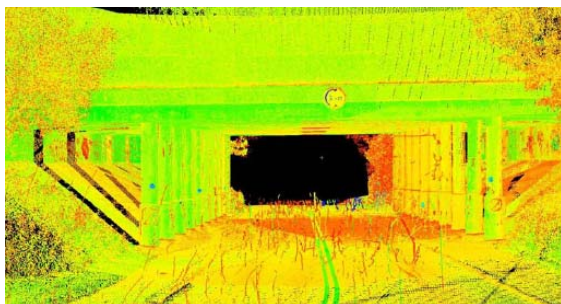
rum, der skal scannes. Fordelen med panoramascanneren er, at der kan scannes et større område i en enkelt punktsky, hvilket kan reducere antallet af scans.

Det nyeste indenfor panoramascannere er, at det nu er muligt, at opstille laserscanneren over et kendt punkt og at anvende udgangssigte, meget lig den opmålingsmetode, der anvendes ved brug af totalstationer. En mulighed denne funktion giver, er, at der vha. eksempelvis totalstation kan etableres et referencenet. Med udgangspunkt i referencenettet, er det muligt at sammenknytte scans ved, at scanneren opstilles i et af de etablerede punkter, og der foretages udgangssigte til et af de øvrige. Denne metode gør det muligt at sammenknytte scans uden brug af targets på det scannede objekt.

Fordelen ved at anvende laserscanning til opmåling er, at der kan måles mange punkter på relativt kort tid, og alle punkter er direkte fastlagt med 3D-koordinater.

Vejdirektoratet anvender bl.a. laserscanning til indmåling af broer. Broerne indmåles i forbindelse med udvidelse af eksisterende vejanlæg. Et eksempel på scanning af en bro illustreres i Figur 1.3.





Figur 1.3: Laserscanning af bro. [Vejdirektoratet, 2004]

Laserscanning anvendes også indenfor kortlægning af eksempelvis rørsystemer, illustreret i Figur 1.4, og diverse infrastrukturer.

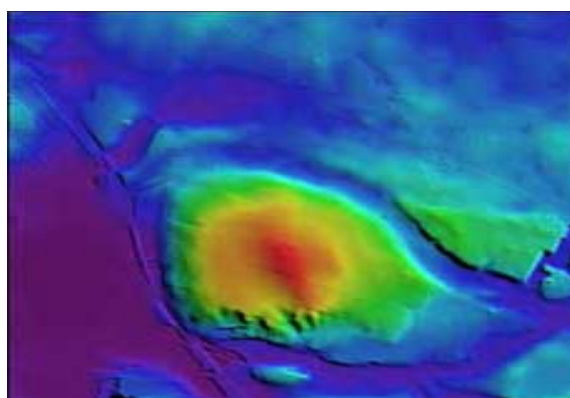


Figur 1.4: Laserscanning af rørsystem. [hds.leica-geosystems.com]

Laserscanning kan også anvendes til volumenberegning, der gør det muligt optimalt at udnytte et rum, f.eks. i forbindelse med pakning af lastbiler.

Ved opmåling fra fly har laserscanning også vundet stort indpas, bl.a. i forbindelse med

kortlægning af jordbundsforhold og terrænforhold med hensyn til hydrologi og geologi, se Figur 1.5. Som eksempel er laserscanning fra fly blevet anvendt til måling af istykkelse af den arktiske is [Forsberg, 2005].



Figur 1.5: Indsamling af laserscanningsdata fra fly til brug ved generering af digital terrænmodel (DTM). [blominfo.dk]

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

---

## 2 Foranalyse

---

Foranalysen har til formål at uddybe det initierende problem. Herudover skaber foranalysen, med udgangspunkt i det initierende problem, baggrund for opstilling af problemformuleringen, der skal danne grundlag for det videre projektforsøg.

Ved at kunne opstille HDS3000 over et punkt giver det nye muligheder ved sammenknytning og positionering af scans. Herudover opnås en række nye muligheder ved, at HDS3000 er en panoramascanner, hvilket giver større fleksibilitet i valg af scanningsområde. Det giver mulighed for at mindske fejlphobningen, idet der ikke skal foretages så mange scans som ved en kamerascanner.

Inden HDS3000 og Cyrax 2500 sammenlignes, er det nødvendigt at have et grundlæggende kendskab til principperne i laserscanning, samt den fysiske forskel på de to scannere. Derfor gennemgås først kort principperne i laserscanning, hvorefter de to laserscannere Cyrax 2500 og HDS3000 beskrives.

### 2.1 Principper i laserscanning

Arbejdsgangen i laserscanning kan deles op i tre processer:

- Dataindsamling
- Databearbejdning
- Datapræsentation

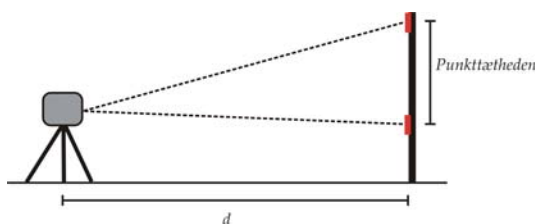
For en mere detaljeret gennemgang af de tre processer henvises til *Appendiks A Teori for laserscanning*.

#### 2.1.1 Dataindsamling

Laserscanning bygger på måling af afstande og vinkler i et foruddefineret grid, samt en intensitet af det reflekterede signal. Resultatet af en laserscanning bliver således en sky af punkter beskrevet ved deres position  $(x, y, z)$  i forhold til scanneren og deres intensitet  $(i)$ . [Staiger, 2003]

Når et objekt scannes, udpeges først det område, der skal scannes, og den indbyrdes afstand mellem punkterne defineres henholdsvis horisontalt og vertikalt. Bestemmelse af punkttæt-

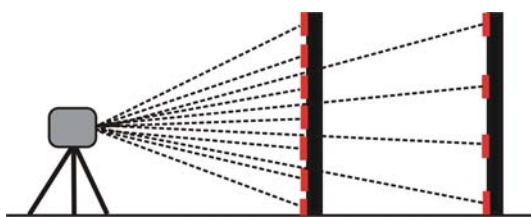
heden sker ved, at der udpeges et punkt, hvortil afstanden måles. Punkttætheden defineres herefter som afstanden mellem punkterne i afstanden  $d$  fra scanneren, se Figur 2.1.



Figur 2.1: Viser hvorledes punkttætheden defineres vha. af afstanden  $d$ . [L10-4, 2005]

Den valgte punkttæthed omregnes til henholdsvis en horisontal og en vertikal afstand, som definerer det grid, der scannes i.

Størrelsen af punkttætheden afhænger af afstanden mellem scanner og objekt. Hvis afstanden er lille, er punkttætheden stor, og omvendt ved en stor afstand er punkttætheden lille, jf. Figur 2.2.



Figur 2.2: De røde mærker er scannede punkter. Jo længere afstanden er fra scanneren til objektet, jo mindre er punkttætheden indenfor samme scan. [L10-4, 2005]

Da laserscanning bygger på diffus refleksion af et udsendt signal, gælder det, som for alt reflektorløs måling, at laserscanningens begrænsning ligger i refleksionen af det udsendte signal, hvilket uddybes i *Appendiks A Teori for laserscanning*. Registrering af et punkt kræver, at en given procentdel af det udsendte signal reflekteres. Diffus refleksion betyder, at signalet reflekteres fra en mere eller mindre ru overflade, der bryder det udsendte signal. Måles der til en fuldstændig glat overflade, f.eks. et spejl, betyder det, som følge af forudsætningen: indfaldsvinkel = udfaldsvinkel, at kun signaler, der rammer direkte vinkelret på overfladen, reflekteres til scanneren.

Det udsendte signal ligger i det synlige spektrum, hvilket betyder, at overfladen, der scannes, skal have en farve, der kan reflektere signalet. Måling til sorte overflader, samt helt eller delvist transparente overflader, giver ofte problemer. Undersøgelser viser, at forskellige materialer kan give forskellige resultater. Afstanden kan, afhængigt af materialet, variere op til 1cm [Ingensand m.fl, 2003].

Inden dataindsamlingen kan påbegyndes, er det nødvendigt at klarlægge, hvordan databe-

arbejdningen skal foregå for at sikre, at det er anvendelige data, der indsamles.

### 2.1.2 Databearbejdning

Ved brug af terrestrisk laserscanning er det muligt at kortlægge et objekt, uden at der foretages orientering eller nettilknytning. Scanneren rettes mod det objekt, der skal opmåles, og scanningen kan påbegyndes. Denne foretages i et lokalt koordinatsystem defineret af scanneren, hvori modelleringen kan foretages. Hvis der skal sættes flere scans sammen, eller et scan skal kobles sammen med andre observationer, er det imidlertid nødvendigt at kende de scannede fællespunkters placering i forhold til de øvrige data. Hvis ikke scans skal relateres sammen med øvrige data, kan sammenknytningen ske ved, at det ene scan transformeres over i det andet scans lokale koordinatsystem. Skal de målte objekter i stedet repræsenteres i et andet koordinatsystem, såsom KP2000, WGS84 eller lignende, er det nødvendigt at foretage nettilknytning ved indmåling af eksisterende fikspunkter med totalstation eller GPS.

Der findes flere metoder til sammenknytning og positionering af punktskyer, alt efter om der transformeres mellem lokale scannings-

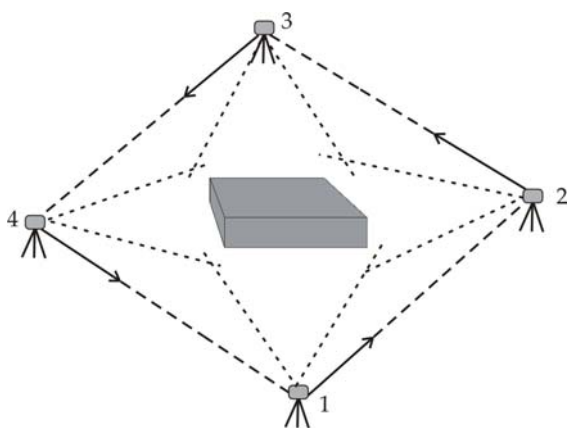
stemer eller til overordnede koordinatsystemer.

Anvendes en scanner, hvor det ikke er muligt præcist at bestemme scannerens opstillingspunkt, foretages sammenknytning og orientering vha. de scannede objekter. Sammenknytning foretages enten ved brug af geometri i punktskyen eller targets, der er designet, således at scanneren genkender dem i punktskyen. For at kunne anvende sammenknytningspunkterne, placeres disse i overlappet mellem scans, der sammenknyttes.

Anvendes geometrien i punktskyen er det vigtigt, at Cyclone kan genkende geometrien. Dette uddybes i *Appendiks A Teori for laserscanning*. Til sammenknytning anvendes ofte flader, cylindre eller linjer, som er veldefinerede.

Anvendes en scanner, der som f.eks. HDS3000 kan opstilles og centreret over et punkt, samt foretage udgangssigte, betyder det, at brugen af targets kan begrænses. Hvis en bygning skal scannes fra alle fire sider, kan det gøres som illustreret i Figur 2.3. For at scanne bygningen foretages fire scans, et fra hver side af bygningen. Det er tilstrækkeligt at udføre to scans, hvor scanneren placeres ved to af hjørnerne af bygningen, og derved scanner to sider af den-

ne i hvert scan. Da scannerens rækkevidde er 50m, vil det betyde, at scanneren skal placeres indenfor denne afstand af bygningshjørnet, og scanningsvinklen til de fjerneste punkter vil dermed blive spids. De to hjørner længest fra opstillingerne bestemmes dårligere end hjørnerne tættest på scanneren. Derfor vælges i eksemplet at anvende fire opstillinger.



Figur 2.3: Scanning af en bygning fra fire sider med HDS3000. De stiplede linier viser hvordan de fire scans foretages. Fra hver opstilling tages der et udgangssigte. [L10-4, 2005]

Til sammenknytning og orientering af de fire scans vist i Figur 2.3 etableres fire punkter (1 - 4), som bestemmes vha. totalstation eller GPS. Når den første side scannes, opstilles scanneren i punkt 1, og der scannes et target opstillet i punkt 2 som udgangssigte. Når targetet er scannet, kan det modelleres i Cyclone. Den scannede punktsky kan orienteres på bag-

grund af koordinaterne til de to anvendte punkter (1 og 2). Ved næste scanning flyttes scanneren til punkt 2, og et target i punkt 3 anvendes som udgangssigte. Denne fremgangsmåde gør, at en bygning kan scannes fra alle fire sider vha. polygonmåling, og de enkelte scans sammensættes og orienteres på baggrund af fire kendte punkter.

### 2.1.3 Datapræsentation

Formålet med at indsamle data vha. laserscanning er oftest, at disse skal omdannes til 3D-modeller, der kan præsenteres på papir eller anvendes i CAD-programmer. Afsnittet er skrevet på baggrund af [Cyra technologies, 2005].

Formålet med datapræsentation er derfor:

- Omdanne punktskyerne til objekter, der kan eksporteres til CAD-programmer
- Reducere datamængden
- Opnå større nøjagtighed på de scannede objekter

Da de færreste CAD-programmer kan håndtere de store datamængder fra laserscanningen, består datapræsentationen i Cyclone ved at

omdanne de indsamlede punktskyer til modeller, der kan anvendes i CAD-programmer. Når en punktsky modelleres, som et objekt, opnås, for de fleste modelleringsmetoder, at datamængden reduceres. Dette skyldes, at f.eks. et rør efter modellering kan beskrives på baggrund af nogle få parametre frem for adskillige hundrede eller tusinde punkter.

Ved modellering kan der opnås en større nøjagtighed på de scannede objekter, end nøjagtigheden ved enkeltpunkter. Nøjagtigheden af et enkeltpunkt scannet med HDS3000 angives til 6mm for en scanningsafstand på 50m. Nøjagtigheden af en modelleret overflade angives til 2mm. Denne værdi afhænger bl.a. af antallet af punkter, samt af den scannede overflade. [hds.leica-geosystems.com 3]

En scannet punktsky indeholder ofte forskellige typer objekter. Før en punktsky kan modelleres som et objekt, er det derfor nødvendigt at definere hvilke punkter, det pågældende objekt skal modelleres ud fra. Som nævnt tildeles alle scannede punkter en intensitetsværdi, som kan bruges til at illustrere punkterne i punktskyen. Er de scannede objekter af forskelligt materiale, eller har de forskellig farve, vil der ofte være forskel i intensiteten, og de enkelte objekter kan genfindes i punktskyen.

Nogle scannere, f.eks. HDS3000, giver endvidere mulighed for at repræsentere punkterne med fotorealistiske farver, hvilket kan være en fordel, hvis objekterne har samme intensitetsværdi.

Når et objekt skal modelleres, kan det ske i den oprindelige punktsky, eller en del af punktskyen kan kopieres til et nyt vindue i Cyclone. Kopieres en del af punktskyen til et nyt vindue, kan uønskede punkter fjernes inden modelleringen, uden at disse fjernes fra den oprindelige punktsky.

Cyclone indeholder matematiske definitioner for en række objekter, f.eks. flader, cylindre og kasser. Såfremt den scannede punktsky kan repræsenteres ved en af disse objekttyper, kan Cyclone foretage en tilpasning af punktskyen på baggrund af de matematiske parametre. Kan det scannede objekt ikke beskrives vha. af en af de i Cyclone definerede former, kan modelleringen ske vha. et net af trekantede flader. Et sådan net indeholder alle punkter, hvorfor denne metode ikke medfører datareduktion. Ligesom der ikke sker forbedring af nøjagtigheden.

[Cyra technologies, 2005]



## 2.2 Scannerne

De to scannere projektgruppen har til rådighed er, en Cyrax 2500 og en HDS3000, der begge forhandles af Leica Geosystems. Det vælges at beskrive de to scannere ud fra en række af de karakteristika, der har betydning ved anvendelse af en laserscanner.

- Scanningsfelt
- Scanningsafstand
- Nøjagtighed
- Scanningsfrekvens
- Punkttæthed
- Definition af koordinatsystem

Specifikationer for de to scannere er hentet på hjemmesiden [www.leica.com](http://www.leica.com), jf. Bilag B6.

### 2.2.1 Cyrax 2500

Cyrax 2500 er en kamerascanner med et scanningsfelt på 40x40 grader, jf. Figur 1.1.

Scanneren kan måle afstande i intervallet 1,5m til 100m. Den anbefalede scanningsafstand er mellem 1,5m og 50m, hvor indenfor scanneren har en specificeret nøjagtighed på enkeltpunkter på mindre end 6mm. Scanneren kan måle med en frekvens på maksimalt 1000 *pkt/sek.*, og den højeste punkttæthed

der kan opnås er 0,25mm henholdsvis horisontalt og vertikalt ved en scanningsafstand på 50m. [[hds.leica-geosystems.com](http://hds.leica-geosystems.com) 1]

Scanneren giver ikke mulighed for opstilling over et kendt punkt, ligesom det ikke er muligt præcist at bestemme, hvorledes scannerens indbyggede koordinatsystem defineres. Ved at vurdere de koordinater scanneren tildeler de målte punkter, kan det imidlertid konkluderes, at scannerens koordinatsystem orienteres som illustreret på Figur 2.4. z-aksen er positiv bagud i forhold til scanningsretningen.



Figur 2.4: Koordinatsystemet i Cyrax 2500. [L10-4, 2005], [[technomarket.it](http://technomarket.it)]

### 2.2.2 HDS3000

HDS3000 er en panoramascanner med et scanningsområde på 360 grader horisontalt og 270 grader vertikalt, hvilket betyder, at kun området lige under scanneren ikke registreres, se Figur 1.2.

Scannerens anvendelsesområde angives i specifikationerne til mellem 1m og 100m, og nøjagtigheden på enkeltpunkter angives til <6mm ved afstande under 50m. Scanneren kan måle med en frekvens på  $1800 \text{ pkt} / \text{sek}$ . Den maksimale punkttæthed afhænger af størrelsen på området, der kan scannes, da HDS3000 maksimalt kan scanne  $20.000 \text{ pkt} / \text{scan}$  horisontalt og  $5000 \text{ pkt} / \text{scan}$  vertikalt. [hds.leica-geosystems.com 3]

HDS3000 opstilles og centrerer over et punkt, samt foretage et udgangssigte til brug ved orientering af scans. HDS3000 opstilles i et traditionelt fodstykke. Fodstykket er udstyret med libelle og optisk lod, som gør det muligt at stille instrumentet i lod og centrere det over et punkt. Desuden angives der i manualen et punkt afmærket på scanneren, hvortil instrumenthøjden måles. Forsøg med scanneren viser, at koordinatsystemet orienteres som vist på Figur 2.5.

[hds.leica-geosystems.com 3]



Figur 2.5: Koordinatsystemet i HDS3000. [L10-4, 2005], [hds.leica-geosystems.com 1]

### 2.3 Sammenligning af Cyrax 2500 og HDS3000

For at kunne vurdere hvorvidt en undersøgelse af mulighederne ved HDS3000 er relevant, vælges det at fremhæve nogle af de muligheder, der kan være ved HDS3000 i forhold til Cyrax 2500.

- Udgangssigterne giver mulighed for at begrænse antallet af sammenknytningspunkter målt med f.eks. totalstation
- Objekter kan scannes og orienteres ved brug af udgangssigte

- Bedre mulighed for at variere punkttætheden, idet det er muligt at orientere scans vha. udgangssigte
- Bedre mulighed for supplerende målinger

Antallet af punkter målt med f.eks. totalstation begrænses, hvilket er en fordel, da det nedbringer tidsforbruget i marken.

En anden fordel er, at HDS3000 giver bedre mulighed for opmåling af objekter, som kræver flere scans. Ved anvendelse af Cyrax 2500 er det nødvendigt for at kunne sammenknytte og orientere de enkelte scans, at der etableres targets i nærheden af eller på objektet, som kan ses i de forskellige scans. Dette betyder, at der stadig skal være mulighed for at komme tæt på det objekt, der skal scannes. Da HDS3000 kan tage et udgangssigte, samtidig med der stilles op i et kendt punkt, kan scans sammenknyttes og orienteres på baggrund af dette. derved det ikke er nødvendigt at placere flere targets end det, der skal anvendes til udgangssigter.

En af laserscanningens ulemper er de store datamængder, der ofte gør databehandlingen besværlig. Scannes et stort objekt med enkelte små detaljer, vælges det oftest at scanne hele

objektet med en høj punkttæthed, der gør det muligt at modellere de små detaljer, frem for først at scanne hele objektet med lav punkttæthed og derefter scanne de enkelte detaljer med høj punkttæthed. Denne fremgangsmåde nedbringer tidsforbruget i marken, men resulterer i, at flader uden detaljer bliver repræsenteret med unødvendigt mange punkter. Som eksempel vil en punkttæthed på 10mm, horisontalt og vertikalt give 10.000 punkter pr. 1m<sup>2</sup> på en flade, der principielt kan beskrives med 3 punkter. For at undgå den store datamængde kræver det, at punkttætheden varieres, så store områder scannes med lav punkttæthed, og detaljer scannes med høj punkttæthed. Med Cyrax 2500 kan også scannes flere små områder med lav punkttæthed, så længe disse scannes fra samme opstilling. Hvis scanneren skal flyttes mellem de enkelte scans, kræver det, at der ved hver enkelt scanning måles og modelleres sammenknytningspunkter, samt at der er overlap mellem scans.

Endeligt giver HDS3000 bedre muligheder for at foretage ekstra målinger, i tilfælde af manglende eller for dårlige observationer. Når der anvendes targets bliver disse oftest fjernet, når opmålingen er færdiggjort, enten fordi de skal anvendes til en anden opgave, eller fordi de er i vejen for det arbejde, der skal udføres. Opstår

der efterfølgende et behov for at foretage ekstra målinger, kræver det, at targets på ny monteres og indmåles i det anvendte koordinatsystem. Med HDS3000 vil det være muligt når som helst at foretage ekstra målinger, blot opstillingspunkt og udgangssigte kan genfindes.

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

---

## 3 Problemformulering

---

I dette kapitel opstilles problemformuleringen for projektet. Denne problemformulering er frembragt på baggrund af en afgrænsning af *kapitel 2 Foranalyse*, samt en uddybning af det initierende problem fra *kapitel 1 indledning*.

### 3.1 Afgrænsning af foranalyse

En af de væsentligste forskelle på de to scanne- re er, at HDS3000 er en panoramascanner, der kan opstilles over et punkt og foretage ud- gangssigte. Da de funktioner, der findes i Cy- rax 2500 også findes i HDS3000, er det valgt at se bort fra Cyrax 2500 og kun arbejde videre med HDS3000.

HDS3000 giver mulighed for opstilling over et punkt, og mulighed for at tage udgangssigte. Dette åbner op for nye muligheder i forbindel- se med laserscanning, idet det er muligt at scanne objektet og sammenknytte scans ude- lukkende vha. udgangssigter. Derfor er det

relevant at se på hvilken nøjagtighed, der kan opnås, hvis der anvendes udgangssigter til sammenknytning, i forhold til de traditionelle metoder til sammenknytning, som er sam- menknytning vha. targets eller punktsky.

I *kapitel 2 Foranalyse* blev de væsentlige forskel- le mellem HDS3000 og Cyrax 2500 gennemgå- et. Projektgruppen har valgt at fokusere på det landmålingsmæssige aspekt af laserscanning, således at det er scanningen og sammenknyt- ning af scans, der arbejdes videre med, mens datapræsentationen ikke vil blive behandlet yderligere, idet det ikke anses for relevant for et projekt, der omhandler nøjagtigheden ved sammenknytning.

### 3.2 Problemformulering

På baggrund af afgrænsningen opstilles føl- gende problemformulering:

*Med hvilken nøjagtighed kan to scans, hvis de foretages med HDS3000, sammenknyttes?*

- Kan der opnås en tilsvarende nøjagtighed ved anvendelse af udgangssigter i forhold til de traditionelle sammenknytningsmetoder:
  - Sammenknytning vha. punktskyer
  - Sammenknytning vha. targets
- Hvilke forhold har indflydelse på nøjagtigheden ved sammenknytning?

Det ønskes at undersøge hvilken nøjagtighed, det er muligt at opnå med de tre forskellige sammenknytningsmetoder.

På baggrund af undersøgelserne vil det være muligt at fastlægge, om sammenknytning vha. udgangssigter kan opnå en nøjagtighed, der svarer til den, der kan opnås med de øvrige metoder.

Samtidig med, at nøjagtigheden fastlægges, vil der også gennem forskellige forsøg blive undersøgt hvilke forhold, der har indflydelse på nøjagtigheden ved sammenknytning. Det kan bl.a. være, om det er lange eller korte ud-

gangssigter, eller om geometrien har nogen indflydelse.

Til vurdering af sammenknytningsmetodernes nøjagtighed defineres begrebet nøjagtighed på to måder:

- Relativ nøjagtighed
- Absolut nøjagtighed

#### **Relativ nøjagtighed**

Ved den relative nøjagtighed vurderes præcisionen af observationerne. Dvs. hvor meget observationerne afviger fra middelværdien.



**Absolut nøjagtighed**

Ved den absolutte nøjagtighed vurderes, hvorledes punkterne er placeret i forhold til et koordinatsystem.

Punktspredningen i projektet defineres efter følgende formel:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$$

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

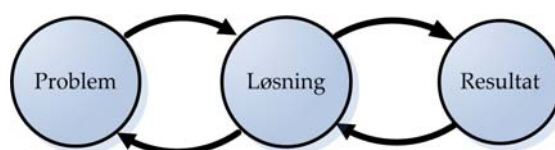
## 4 Metode

Inden problemformuleringen besvares, er det vigtigt at have et overblik over hvilken metode, der ønskes anvendt gennem projektet.

I forbindelse med problemorienteret projektarbejde opstilles en række problemer, der skal besvares gennem et projekt. Grundlæggende kan problemer opdeles i to grupper: praktiske problemer og teoretiske problemer. Praktiske problemer kan defineres som problemer, der kan løses ved hjælp af allerede erhvervet viden, mens teoretiske problemer kræver videnstilegnelse. Disse to måder at anskue et problem på, beskriver yderlighederne. Som regel befinder problemet sig et sted midt imellem. Det er vigtigt altid at vurdere et praktisk problem ud fra en teoretisk synsvinkel, og ligeledes ved et teoretisk problem skal en praktisk synsvinkel inddrages. Dette er med til at sikre en rationel og målrettet problemløsning.

Problemløsning er en iterativ proces, jf. Figur 4.1, idet der kan opstå nye problemer undervejs, og løsningen af disse er med til at give det endelige resultat.

[Andersen, 2003, s. 31]

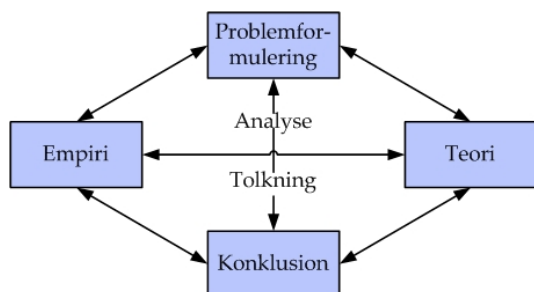


Figur 4.1: Forløbet i en iterativ proces. [L10-4, 2005]

Opbygningen af projektet tager udgangspunkt i [Levitt m.fl., 1988] og understøttes af [Andersen, 2003]. Opbygningen af projektet består af fire hovedelementer, der tilsammen udgør projektmodellen:

- Problemformulering
- Teori
- Empiri
- Konklusion

Elementernes sammenhæng er analyse, tolkning og syntese, og kan illustreres som i Figur 4.2.



Figur 4.2: Hovedelementerne i projektmodellen og deres indbyrdes sammenhæng. [Andersen, 2003, s. 29]

### Problemformulering

Baggrunden for den overordnede emnetilgang problemstillingen, er en empirisk eller teoretisk undren. Problemstillingen afgrænses og konkretiseres til problemformuleringen.

Problemformuleringen skal indeholde de spørgsmål, der ønskes besvaret i projektet, og er som regel spørgsmål af typen; hvad, hvem, hvordan, hvorfor osv.

### Empiri

Empiri er den viden, der allerede er erhvervet. Et underemne til empiri er data, som er det, der gøres til genstand for videnskabelig analyse, dvs. kendsgerninger, som bearbejdes gennem metoder for at opnå en viden, om det der studeres. Data kan være kvantitative eller kvalitative.

### Teori

Teori betyder betragtning og skal opfattes som noget meget rummeligt. I nogle tilfælde betragtes teori som *al eksisterende viden inden for det område vi arbejder med* [Andersen, 2003, s. 36]. Begrebet teori bruges i mange forskellige betydninger. En af betydningerne kan være, at teori er en antagelse. Denne antagelse bygger på oplysninger, hvorved det på den baggrund bliver relevant at undersøge disse nærmere og indsamle viden, for på den måde at gøre teorien/antagelsen sandsynlig.

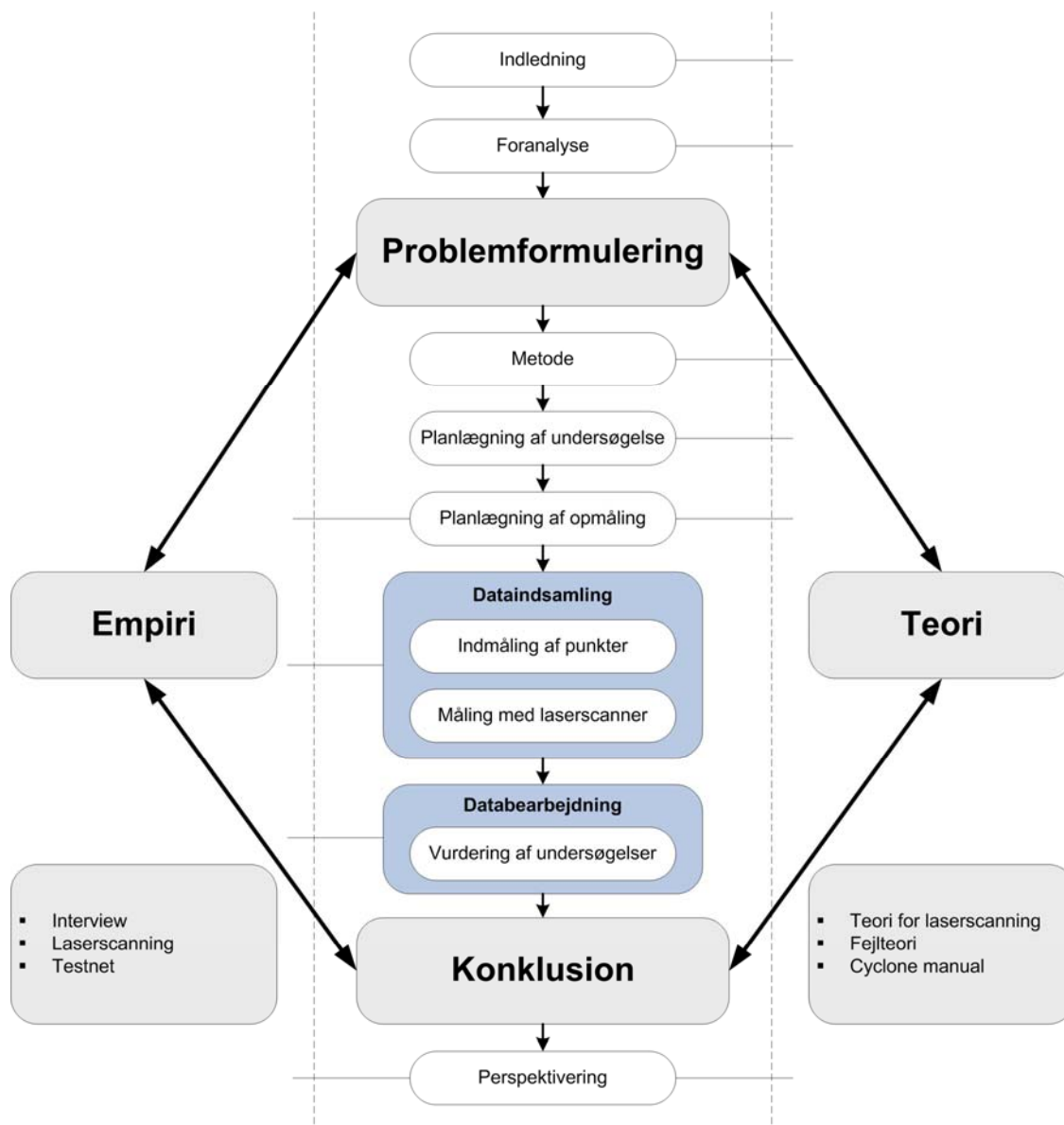
### Konklusion

Elementet konklusion er svaret på de analyser og tolkninger, der er foretaget gennem processen vha. problemformulering, empiri og teori.

[Andersen, 2003]

## 4.1 Projektstruktur

Dette afsnit beskriver hvorledes projektmodellen bruges i projektet, illustreret ved Figur 4.3. Projektmodellen er den overordnede metode for projektførelsen. Senere i projektførelsen vil det være relevant at tage mere konkrete og specifikke metoder i brug til planlægning af undersøgelsen af nøjagtigheden ved sammenknytning.



Figur 4.3: Viser projektets opbygning, hvilke dele af projektet er teori og empiri. [L10-4, 2005]

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

---

## 5 Beskrivelse af undersøgelse

---

Ved undersøgelse af nøjagtigheder ved sammenknytning af scans skal der tages stilling til hvilken metode, undersøgelsen skal gennemføres ud fra. I dette kapitel klarlægges den valgte metode, hvor der tages udgangspunkt i *kapitel 3 Problemformulering* samt *Appendiks A Teori for laserscanning*. De tre sammenknytningsmetoder er:

- Sammenknytning vha. punktsky
- Sammenknytning vha. targets
- Sammenknytning vha. udgangssigte

Til planlægningen af undersøgelsen vælges følgende punkter som grundlag:

- Sammenknytningsmetoder
- Krav til undersøgelse
- Sammenfatning

Til undersøgelserne skal der vælges et scanningsobjekt, hvor det er muligt at undersøge alle sammenknytningsmetoderne. For at dette kan lade sig gøre, skal scanningsobjektet have plads omkring sig, så det er muligt at placere targets på forskellig vis, samt det skal være muligt at undersøge forskellige udgangssigte.

Derudover skal scanningsobjektet være en flade, hvor det er muligt at styre hvilke objekter, der anvendes ved sammenknytning vha. punktsky.

### 5.1 Sammenknytningsmetoder

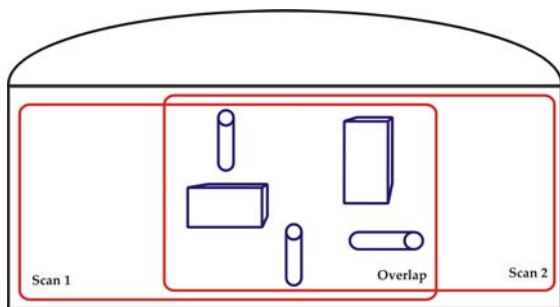
Her beskrives de tre metoder til sammenknytning. Den grundlæggende teori vedrørende sammenknytningsmetoderne findes i *Appendiks A Teori for laserscanning*. I dette afsnit fokuseres der på hvordan og hvad, der skal scannes i marken for at kunne undersøge nøjagtigheden ved sammenknytningsmetoderne.

#### 5.1.1 Punktsky

Ved sammenknytning vha. punktsky kan to scans sammenknyttes vha. punktskyens geometri. Da scanningsobjektet som udgangspunkt ikke indeholder geometri, skal der tages stilling til hvilken geometri, der ønskes at anvende. Der skal placeres forskellige geometriske former, såsom cylindre og sfære, i overlappet mellem de to scans på scanningsobjektet. Det er så muligt at sammenknytte de to



scans på baggrund af den tilførte geometri. I Figur 5.1 illustreres ovenstående.



Figur 5.1: De røde firkanter markerer de to scans. Det er i overlappet mellem disse, at der skal være tydelige geometriske figurer. [L10-4, 2005]

Projektgruppen har via interview med Morten Hellemann fra Landinspektørfirmaet Nellemann & Bjørnkjær, se Bilag B1, undersøgt hvilke erfaringer, han har med sammenknytning vha. punktskyer. Morten Hellemann påpeger, at det er vanskeligt at opnå tilstrækkelig god geometri i punktskyen til, at to scans kan sammenknyttes med høj nøjagtighed. Alligevel medtages denne sammenknytningsmetode i undersøgelserne, da den anvendes, når andet ikke kan lade sig gøre.

I undersøgelserne placeres de geometriske former på scanningsobjektet for at se, om de forskellige typer har indflydelse på nøjagtigheden af sammenknytningen. Det undersøges, om der er forskel i nøjagtigheden alt efter hvil-

ke former, der anvendes til sammenknytningen. Samt om det giver en forskel i nøjagtigheden, hvis alle objekter anvendes på en gang. Til undersøgelsen af nøjagtighed vælges det at scanne med forskellige punkttætheder. For en uddybende forklaring af punkttæthed se *Appendiks A Teori for laserscanning*. Punkttætheden er den samme horisontalt og vertikalt, hvorfor der fremover kun nævnes en punkttæthed for hvert scan. Forudsætningen er, at jo større punkttæthed des større må nøjagtigheden blive. Gruppen har som udgangspunkt ikke erfaring med hvilken punkttæthed, der normalt anvendes, derfor undersøges det, hvad betydning forskellige punkttætheder har for nøjagtigheden.

Det vælges at placere tre plastkrør med en diameter på ca. 10cm og en længde på ca. 1m, samt to papkasser med målene 21x30x24cm på scanningsobjektet, således at de befinder sig i overlappet mellem de to scans. Det er disse geometriske former, der er tilgængelige for projektgruppen, og som det samtidig er muligt at hænge op på scanningsobjektet. Det ene plastkrør placeres vandret på scanningsobjektet, mens de to andre placeres lodret. Den ene kasse placeres vandret på scanningsobjektet, mens den anden placeres lodret. Kasserne og rørene placeres som vist på Figur 5.1. Objek-

terne placeres på denne måde, da det giver mulighed for at undersøge, om det har betydning for sammenknytningen, hvordan scanneren opfatter det, der scannes. Det vælges at anvende rør og kasser, da det bl.a. er denne type former, Cyclone kan genkende [Cyr Technologies, 2005].

I Cyclone vælges det ved udpegning, om sammenknytningen skal foregå ved brug af kasserne, rørene eller begge dele. Det vælges at foretage følgende sammenknytninger i Cyclone:

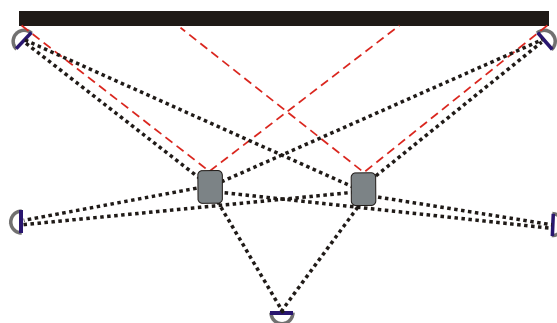
- Kun kasser
- Kun rør
- Begge dele
- Begge dele
- Begge dele

### 5.1.2 Targets

En anden måde at sammenknytte scans på er ved anvendelse af targets. Enten kan targets placeres i overlappet mellem to scans, eller de kan placeres på forskellig vis omkring scanneren.

Hvis targets placeres i overlappet, foregår sammenknytningen efter samme princip som

sammenknytning vha. punktskyer. Hvis targets derimod placeres omkring opstillingspunkterne, foregår opmålingen lidt anderledes. Samtlige targets scannes fra alle opstillingspunkter, det er derved muligt at orientere scans i forhold til hinanden på baggrund af targets, se Figur 5.2.



Figur 5.2: Targets er placeret rundt om opstillingen af scanneren. [L10-4, 2005]

Der anvendes som minimum tre targets for at have overbestemmelse, og for at der er tilstrækkelig med fælles targets mellem de forskellige opstillinger. Hvis det skulle blive nødvendigt at fravælge et target, er udgangspunktet for undersøgelserne minimum fire targets.

Metoden gør det derudover muligt at scanne et objekt, uden det er nødvendigt at kunne komme tæt på dette. Morten Hellemann giver udtryk for, at det er denne metode, han anvender.

I forbindelse med undersøgelsen af sammenknytning vha. targets vælges det at undersøge metoden oplyst af Morten Hellemann, samt den hidtil anvendte metode med targets placeret i overlappet på objektet. Formålet er at undersøge om geometrien, hvormed targets placeres i forhold til opstillingspunkterne, har indflydelse på nøjagtigheden. Derfor ønskes det at undersøge andre opstillinger end de to omtalte, dvs. hvilken indflydelse giver det på nøjagtigheden, hvis targets placeres ved siden af opstillingerne eller bagved. Der kan være situationer, hvor det ikke er muligt at påsætte targets på objektet eller omkring opstillingerne, derfor vil det være relevant at se på hvordan nøjagtigheden er ved sammenknytning vha. targets placeret bagved eller ved siden af opstillingerne. De konstellationer, der ønskes undersøgt, er:

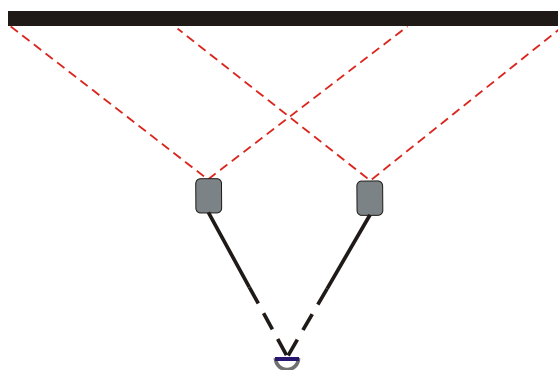
- Targets omkring opstillingerne
- Targets foran opstillingerne
- Targets ved siden af opstillingerne
- Targets bagved opstillingerne

### 5.1.3 Udgangssigte

Den tredje metode til sammenknytning af scans er sammenknytning vha. udgangssigte.

HDS3000 kan opstilles over et punkt, og der kan foretages ét udgangssigte, der anvendes til orientering af scans.

Når der foretages sammenknytning vha. et udgangssigte, rettes scanneren mod udgangssigtet, og dette scannes fra alle opstillinger, se Figur 5.3. Alternativt kan der anvendes forskellige udgangssigtepunkter fra opstillingerne, blot disse er i samme koordinatsystem. I Cyclone er der en funktion, som tillader indtastning af koordinater til punktet, som anvendes til udgangssigtet, samt til opstillingspunktet.



Figur 5.3: Der sigtes til et kendt punkt fra begge opstillinger. [L10-4, 2005]

Da længden af udgangssigter ved terrestrisk måling har indflydelse på nøjagtigheden, er det relevant at se på, om det tilsvarende er gældende for sammenknytning vha. udgangs-

sigter. Endvidere undersøges det, om placeringen af udgangssigtet i forhold til opstillingspunkterne har betydning. Ved terrestrisk måling skal geometrien være så god som mulig. Det ønskes derfor at undersøge, om nøjagtigheden ved sammenknytning vha. udgangssigter påvirkes af, om udgangssigtet placeres foran, bagved eller ved siden af opstillingerne.

De forhold, der ønskes undersøgt, er:

- Langt udgangssigte
- Mellemlangt udgangssigte
- Kort udgangssigte
- Sigte til opstillingspunkt
- Sigte vinkelret ift. scanningsobjekt
- Sigte til scanningsobjekt

## 5.2 Krav til undersøgelse

Der tages her stilling til de elementer, der skal understøtte undersøgelsen af nøjagtighed ved sammenknytningsmetoderne.

- Punkttæthed
- Beskrivelse af punkter
- Overlap
- Vurdering af resultat

Under *Punktæthed* redegøres der for hvilken punkttæthed, der skal scannes med. Under *Beskrivelse af punkter* tages der stilling til hvilke punkter, der skal etableres for at kunne udføre undersøgelsen. Under *Vurdering af resultat* tages der bl.a. stilling til, hvor mange gange undersøgelsen skal gentages, og hvordan målingerne skal udføres.

### 5.2.1 Punkttæthed

Der skal tages stilling til hvilke punkttætheder, der skal anvendes til at scanne targets og scanningsobjektet med. Punkttætheden kan deles op i tre kategorier:

- Scanningsobjekt
- Targets
- Punktsky

#### Scanningsobjekt

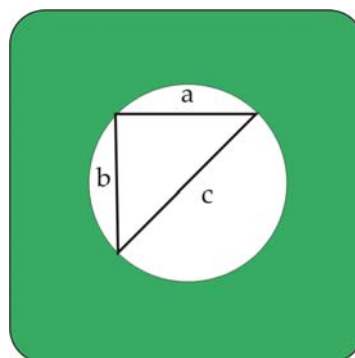
Her vælges det at scanne med en punkttæthed på 10cm. Denne værdi vælges, da det ved denne punkttæthed er muligt at finde de objekter, der placeres i overlappet mellem to scans af scanningsobjektet.

Det er muligt at udpege og scanne områder på objektet med én punkttæthed, og derefter sætte dem sammen med en punktsky med en

anden punkttæthed. Derfor er det ikke nødvendigt, at alt scannes med samme punkttæthed.

### Targets

Punkttætheden for scanning af targets vælges på baggrund af ønsket om, at punktafstanden ikke er større end, at scanneren kan registrere et target i punktskyen, således at der efterfølgende kan foretages finscanning. For at beregne hvilken punkttæthed, der skal anvendes, tages der udgangspunkt i, at ét punkt skal ramme indenfor den hvide cirkel i et target. Derved vil der være tilstrækkeligt med punkter, der rammer det farvede felt uden om den hvide cirkel, så et target kan genkendes af scanneren. Den hvide cirkel i et target er 3cm i diameter, så ved hjælp af Pythagoras sætning, illustreret i Figur 5.4, er det muligt at beregne, hvor stor punkttætheden skal være for, at et target kan registreres.



Figur 5.4: Pythagoras sætning er brugt til at beregne punkttætheden, således at targets kan registreres. [L10-4, 2005]

$$a^2 + b^2 = c^2$$

⇓

$$a^2 + b^2 = 3^2$$

Da det er en ligebenet trekant er  $a = b$ .

$$2a^2 = 9$$

⇓

$$a = \sqrt{\frac{9}{2}} = 2,12cm$$

Punkttætheden til scanning af targets sættes til 2cm, hvorved et target kan registreres i punktskyen og derefter udpeges til finscanning. Finscanning er et scan af et target med en stor punkttæthed, der gør, at et target ifølge

specifikationerne kan bestemmes med en nøjagtighed på 1,5mm.

### **Punktsky**

Ved scanning af de objekter, der placeres i overlappet mellem to scans, og som skal anvendes til sammenknytning vha. punktsky, vælges en punkttæthed, der sikrer, at de beskrives med et tilstrækkeligt antal punkter.

Udgangspunktet er at scanne overlappet med en punkttæthed på 2cm, denne punkttæthed anvendes i forvejen til scanning af targets i overlappet, hvorfor det vælges at scanne hele overlappet med 2cm. Samtidig bør denne punkttæthed beskrive objekterne med et tilstrækkeligt antal punkter. Derudover ønskes det at undersøge påvirkningen af nøjagtigheden, hvis overlappet scannes med en høj punkttæthed. Ved valg af høj punkttæthed skal tidsforbruget inddrages, da en høj punkttæthed er tidskrævende. Det vælges derfor, at den højeste punkttæthed, der skal scannes med, er 5mm. Endvidere scannes overlappet med en punkttæthed på 1cm, idet denne ligger i mellem de to førnævnte punkttætheder.

## **5.2.2 Beskrivelse af punkter**

For at kunne undersøge de forhold, der omtales i *afsnit 5.1 Sammenknytningsmetoder*, skal der planlægges og etableres et referencenet, der skal danne baggrund for målingerne med laserscanning. Placering og udformning af referencenettet tager udgangspunkt i de oplyste forhold under sammenknytningsmetoderne. Dvs. der skal etableres punkter til opstilling af laserscanner, punkter, der skal anvendes til udgangssigter, og punkter, der skal anvendes i forbindelse med kontrol af sammenknytningerne.

Punkterne skal etableres, så der tages højde for kravene til de forskellige længder af udgangssigter og forskellige opstillinger af targets. Derudover skal kontrolpunkterne placeres, så de er at finde i hvert scan, og så der er fælles kontrolpunkter i overlappet mellem to scans. Den endelige beskrivelse af punkternes placering behandles i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

## **5.2.3 Overlap**

Ifølge interview med Morten Helleman fra Nellemann & Bjørnkjær, se Bilag B1, anvendes der ikke noget fast overlap ved laserscanning. Der ønskes altid overlap pga. sammenknyt-

ningen, da overlap er lig overbestemmelse. Ofte scannes objektet fra forskellige vinkler eller forskellige afstande, og derfor ender det ofte med, at Morten Hellemann scanner hele objektet fra flere opstillinger.

I dette projekt er det ikke nødvendigt eller relevant at scanne hele objektet flere gange. Det vigtigste er, at det, der er relevant for sammenknytningen, er med i overlappet.

#### 5.2.4 Vurdering af resultater

Det ønskes at udføre undersøgelserne, således at det er muligt at sammenligne de nøjagtigheder, der opnås med de forskellige sammenknytningsmetoder, uden at der skal tages forbehold for ydre påvirkninger, der kan have indflydelse på nøjagtigheden af sammenknytningsmetoderne. Derfor vælges det at foretage så få opstillinger som muligt med laserscanneren, og målingerne planlægges, således at alle sammenknytninger inddrages i hver opstilling. Der anvendes to opstillinger til én undersøgelse, hvilket vil sige én sammenknytning. Dermed bliver forskellen mellem målingerne den forskel, der er mellem målinger i hvert sit opstillingspunkt. Målingerne planlægges derfor efter, at der er så få ydre påvirkninger som

muligt, så som vejret og omhyggelighed ved opstilling af instrument og targets.

I praksis foregår sammenknytning vha. targets ved opstilling af targets i ukendte punkter. Disse indmåles bagefter hvis nødvendigt. Da alle sammenknytninger skal inddrages for hvert scan, og der er et begrænset antal targets til rådighed, vælges det at placere targets til sammenknytning vha. targets i de punkter, der etableres til udgangssigter.

Når sammenknytningen foretages, er det i Cyclone muligt at udpege hvilke targets, der skal anvendes som sammenknytningspunkter. På den måde kan forskellige opstillinger af targets, samt antallet af targets undersøges mht. nøjagtigheden ved sammenknytning, uden at det er nødvendigt at foretage scans for hver sammenknytning.

Ved at indlæse en koordinatfil i Cyclone er det muligt at udpege et enkelt target som udgangssigte, således at dette har en koordinat i det lokale koordinatsystem, og sammenknytningen kan foretages på baggrund af dette. Dette forhold gør, at alt kan måles på en gang, og derefter undersøges forholdene derhjemme.

Der tages stilling til, hvor mange gange undersøgelsen skal gentages for, at der indsamles tilstrækkeligt med observationer til, at der kan garanteres en sikkerhed i konklusionerne af undersøgelsen. Overordnet vælges det, at hver undersøgelse gentages fem gange for at sikre mod grove fejl, og for at sikre et så godt bud på resultaterne som muligt. Det vælges ikke at gentage undersøgelsen mere end fem gange for at begrænse tidsforbruget og datamængden.

For konkret at kunne vurdere resultatet af sammenknytningerne, vælges det at vurdere nøjagtigheden både relativt og absolut.

#### **5.2.4.1 Relativ nøjagtighed**

Kontrol af den relative nøjagtighed foregår ved, at der beregnes afstande mellem kontrolpunkterne. Afstandene beregnes ud fra de koordinater, der fremkommer i Cyclone. Afvigelsen mellem disse og middelværdien for de beregnede kontrolafstande er et udtryk for den relative nøjagtighed. Afvigelserne fra middelværdien skal være indenfor grovfejlsgrænsen, der har intervallet  $\pm 3\sigma$ . Intervallet for middelværdien på  $\pm 3\sigma$ , sammenlignes med intervallet for den sande afstand bestemt ved måling med totalstation, som ligeledes er

$\pm 3\sigma$ . Hvis der ikke er overlap mellem de to intervaller indeholder målingerne sandsynligvis grove fejl. Nærmere beskrivelse af dette findes i *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse*.

#### **5.2.4.2 Absolut nøjagtighed**

For at kontrollere sammenknytningerne absolut skal der ved terrestrisk måling bestemmes koordinater til en række kontrolpunkter. Disse koordinater betragtes som fejlfrie ved vurderingen. Koordinaterne herfra sammenlignes med de koordinater, der fremkommer ved laserscanning, og på baggrund af afvigelsen mellem disse to koordinatsæt, beregnes en spredning, der udtrykker, den absolutte nøjagtighed for den enkelte sammenknytningsmetode. For at kunne beregne afvigelsen, skal sammenknytningerne transformeres til et lokalt koordinatsystem. Den absolutte nøjagtighed beskriver, hvorledes koordinaterne fra sammenknytningen placerer sig i forhold til referencenettet.

### **5.3 Sammenfatning**

Denne sammenfatning har til formål at anskueliggøre, hvordan undersøgelserne skal gennemføres. Der undersøges tre forskellige sam-



menknytningsmetoders nøjagtighed. Metoderne til sammenknytning er:

- Punktsky
- Targets
- Udgangssigte

Det ønskes, at alle tre metoder kan sammenlignes på lige vilkår. Derfor foretages undersøgelserne på en sådan vis, at alle sammenknytninger inddrages ved hver opstilling af laser-scanneren. Det er dog ikke muligt at gøre de to opstillinger indbyrdes ens. Men vha. omhyggelighed ved opstilling af instrument, og ved at anvende måledage med stabilt vejr, ønskes det så vidt muligt, at alle opstillinger foretages under de samme forudsætninger. Undersøgelsen gentages fem gange for at sikre et tilstrækkeligt grundlag til, at kunne vurdere resultaterne. Det, der skal scannes, sammenfattes i Figur 5.5.

Metode	Hvad skal undersøges
Punktsky	Rør og kasser
	Kasser
	Rør
Targets	Omkring opstillingerne
	Foran opstillingerne
	Ved siden af opstillingerne
	Bagved opstillingerne
Udgangssigte	Langt
	Kort
	Mellemlangt
	Sigte til opstillingspunkt
	Vinkelret i forhold scanningsobjekt
	Punkt på scanningsobjekt

Figur 5.5: Sammenfatning af hvad der skal undersøges ved sammenknytningsmetoderne. [L10-4, 2005]

## 6 Planlægning af opmåling

Dette kapitel gennemgår, bl.a. hvor der skal etableres punkter, og udvælgelsen af et egnet scanningsobjekt. Kapitlet opdeles i følgende afsnit:

- Områdebeskrivelse
- Planlægning af referencenet
- Sammenfatning

I forbindelse med planlægningen af undersøgelsen skal der tages stilling til hvilke metoder, der skal anvendes til indmåling af referencenet. De målemetoder, der anvendes, vælges på baggrund af et fejlteoretisk synspunkt, der beskrives i *Appendiks B Fejlteori* og *Appendiks C Testnet*. Elementer af fejlteorien vil blive inddraget i dette kapitel, hvor det er relevant.

### 6.1 Områdebeskrivelse

For at kunne kontrollere nøjagtigheden ved sammenknytningerne skal der etableres kontrolpunkter. Derfor skal der findes et objekt, der kan scannes, og hvor kontrolpunkterne kan placeres.

Der opstilles en række krav til objektet, der skal scannes. Objektet skal have en størrelse, så det er muligt at påsætte geometri i overlappet mellem de to scans. Samtidig er det et krav, at der skal være plads omkring opstillingen med scanneren, således at det er muligt at få lange udgangssigter, samt undersøge betydningen af geometrien af targets i forhold til et opstillingspunkt. Endvidere vil det være at foretrække, hvis der scannes et mindre befærdet sted, idet det kan give problemer, hvis de punkter, der etableres, bliver forstyrret.

Det valgte scanningsobjekt ligger i Aalborg Øst, se Figur 6.1. Der scannes en del af en mur på Idrætscentret Gigantium, se Figur 6.2.



Figur 6.1: Den røde firkant viser, hvor Gigantium ligger i Aalborg Øst. [L10-4, 2005]



Figur 6.2: Muren på billedet er valgt til undersøgelsen. Den røde ramme markerer området, der skal scannes. [L10-4, 2005]

## 6.2 Planlægning af referencenet

Her beskrives de generelle forhold ved undersøgelsen af de tre sammenknytningsmetoder. Det vil sige hvilke punkter, der skal etableres, og hvordan disse skal indmåles. Samt en stillingtagen til betydningen af en eventuel centreringspredning. Følgende punkter giver overblik over de emner, der behandles i dette afsnit:

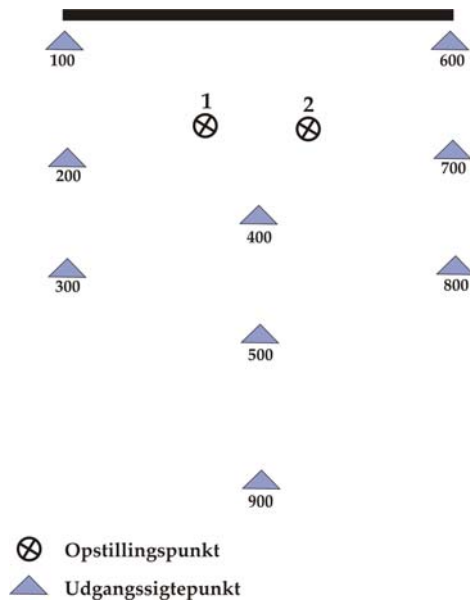
- Etablering af punkter
- Centreringspredning

### 6.2.1 Etablering af punkter

I forbindelse med undersøgelsen skal der etableres en række punkter til forskellige formål. Punkterne er:

- Præcisionsnivelement
- Opstillingspunkter
- Udgangssigtepunkter
- Kontrolpunkter

For hver punkttype skal der tages stilling til, hvordan punkterne etableres. Opstillingspunkterne og udgangssigtepunkterne etableres med søm i en træpløk, mens kontrolpunkterne etableres med tape-targets, der sættes på muren. Der etableres to opstillingspunkter, samt ni udgangssigtepunkter med punktnumrene 100-900, som skal anvendes til de forskellige sammenknytninger, se Figur 6.3. Det vælges at udføre et præcisionsnivelement for at bestemme koter til opstillings- og udgangssigtepunkter.

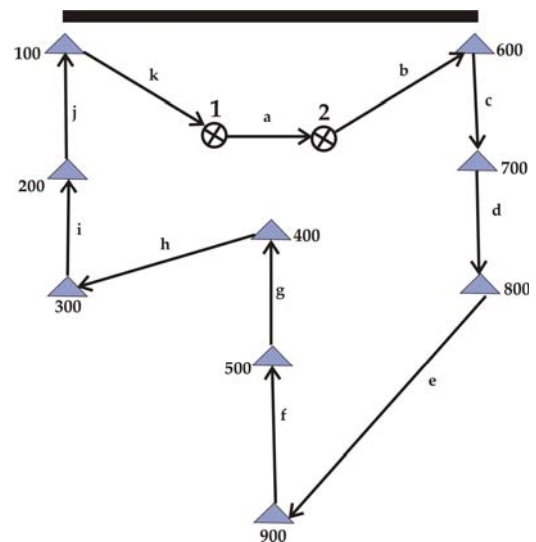


Figur 6.3: Nettet placeres symmetrisk omkring midtnormalen for vektoren mellem punkt 1 og 2. [L10-4, 2005]

Den valgte opstilling af punkterne tager udgangspunkt i, at der skal være mulighed for variation i placeringen af targets. Derudover ønskes det, at forholdene for undersøgelserne skal være ens uanset hvilket opstillingspunkt, laserscanneren opstilles i. Derfor vælges det at placere punkterne symmetrisk med en symmetriakse sammenfaldende med midtnormalen for vektoren mellem punkt 1 og 2.

### 6.2.1.1 Præcisionsnivellement

Præcisionsnivellementet udføres som et dobbeltnivellement. Der anvendes to invarstadier med strekkode og Leica's DNA03 nivellerinstrument. Ruten, der skal nivelleres, ses i Figur 6.4.



Figur 6.4: Viser ruten, der nivelleres. [L10-4, 2005]

Når der gennemføres et præcisionsnivellement, er der en række faktorer, der skal tages hensyn til. Nivellementet planlægges, så det er det samme stadie, der anvendes i start og slutpunkt, hvilket kompenserer for en evt. nul-punktsfejl. I hver enkelt opstilling sikres det, at sigtelængderne ikke overstiger 48m, og at forskellen mellem frem- og tilbagesigte er mindre end 20cm for at eliminere sigtelinjens skæv-

hed. Derudover sikres det, at der ikke sigtes lavere end 50cm over terræn for at minimere påvirkningen af refraction. For at sikre, at stadierne holdes så stabilt så muligt, støttes disse ved målingerne med to landmålerstokke. Det tilstræbes at udføre nivellementerne på dage med lav vindstyrke (helst under 4 - 5m/sek.). [Borre, 1993, s. 226ff]

Et alternativ til præcisionsnivellementet er at opstille nivellerinstrumentet midt i området og herfra måle til alle 11 punkter. Dette vil nedbringe tidsforbruget, og det vil stadig være muligt at holde alle sigter under 48m. Derimod vil der være store forskelle mellem sigtelængderne, og en del af de fejl, der ellers elimineres ved et præcisionsnivellement, vil således få betydning.

### **6.2.1.2 Opstillingspunkter**

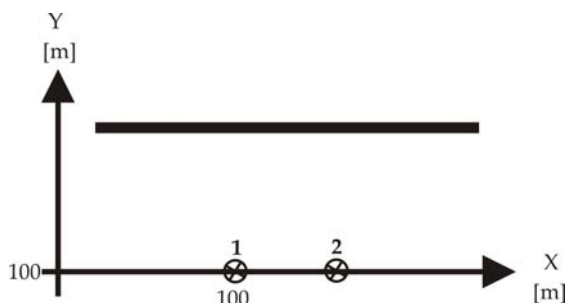
Punkterne skal placeres, således at det bliver muligt at have et langt, mellemlangt og kort udgangssigte, jf. *kapitel 5 Beskrivelse af undersøgelse*. Det lange udgangssigte skal være længere end 50m, da det ønskes at vurdere hvilken betydning, det får for nøjagtigheden, at der scannes en afstand, der overskrider grænsen for den specificerede nøjagtighed på 1,5mm. Derudover anvendes der oftest så lange ud-

gangssigter som muligt ved terrestrisk landmåling. Det vælges derfor at anvende et udgangssigte på ca. 75m. Det mellemlange udgangssigte skal placeres omkring 50m fra scanneren, da dette er den maksimale afstand, hvor den specificerede nøjagtighed kan overholdes.

Der er i området en halvmur og en jordvold, som ligger således, at hvis der skal opnås udgangssigter på ca. 75m og 50m, er opstillingspunkterne nødt til at placeres 15m fra muren. Udgangssigtepunkterne placeres så de omkranser opstillingspunkterne. For at udgangssigtepunkterne ikke placeres for tæt på opstillingspunkterne, beslattes det, at afstanden mellem de to opstillingspunkter skal være ca. 10m.

### **Etablering af opstillingspunkter**

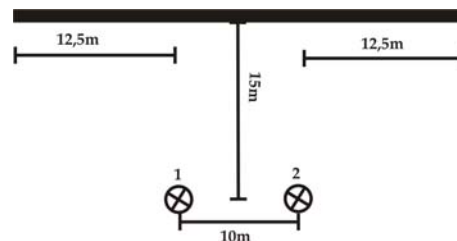
På baggrund af koordinaterne til opstillingspunkterne defineres et lokalt koordinatsystem. Dette er et højrehåndskoordinatsystem. Koordinaterne til opstillingspunkt 1 sættes til (100, 100, 10). x-aksens retning er parallel med linjen mellem de to opstillingspunkter, mens y-aksens retning er vinkelret på x-aksen, se Figur 6.5.



Figur 6.5: Koordinatsystemet er defineret som vist, med x-aksen sammenfaldende med linjen mellem opstillingspunkterne, og y-aksen er vinkelret på x-aksen. [L10-4, 2005]

Koordinaterne til opstillingspunkt 2 bestemmes vha. basislægtmåling, hvorved en afstand på 10m kan bestemmes med en spredning på 0,2mm jf. *Appendiks B Fejlteori*. Hvis afstanden mellem de to opstillingspunkter bestemmes ved elektrooptisk distancemåling er spredningen ca. 2,5mm jf. *Appendiks B Fejlteori*, derfor vælges basislægtmåling.

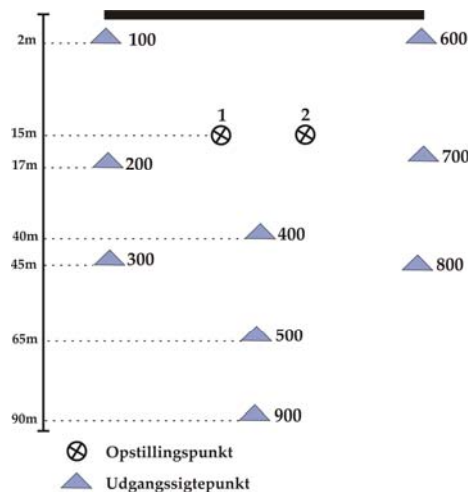
Punkt 1 etableres, hvorefter punkt 2 placeres 10m fra punkt 1, stadig 15m fra muren, se Figur 6.6. Placeringen af punkt 2 foretages vha. målebånd.



Figur 6.6: Opstillingspunkterne har en indbyrdes afstand på 10m, og en afstand fra muren på 15m. [L10-4, 2005]

### 6.2.1.3 Udgangssigtepunkter

Der etableres ni punkter, som skal anvendes som udgangssigtepunkter. Disse punkter skal anvendes til placering af targets i forbindelse med undersøgelsen, se Figur 6.7.



Figur 6.7: En vejledende afstand mellem muren og punkterne er illustreret. [L10-4, 2005]

Til indmåling af disse punkter er der flere målemetoder, som gruppen finder relevante, disse er polygonmåling, polær måling og fremskæring. Målemetoden, der skal anvendes, bestemmes af resultaterne fra testberegningerne, se *Appendiks C Testnet*.

For at kunne gennemføre testberegningerne, er det nødvendigt at definere foreløbige koordinater til punkterne i referencenetet, se Figur 6.8. Koordinaterne til punkt 100 - 900 beregnes ud fra den ønskede placering, og koordinaterne til punkt 1 og 2 defineres ud fra det planlagte lokale koordinatsystem. Alle punkter på jorden tildeles koten 10m, da området er tilnærmelsesvis plant.

Punktnr.	x [m]	y [m]	z [m]
1	100	100	10
2	110	100	10
100	87,5	112	10
200	87,5	98	10
300	87,5	70	10
400	105	75	10
500	105	50	10
600	122,5	112	10
700	122,5	98	10
800	122,5	70	10
900	105	25	10

Figur 6.8: Viser de foreløbige koordinater til punkterne i referencenetet. [L10-4, 2005]

#### Etablering af udgangssigtepunkter

De foreløbige koordinater anvendes til at beregne afstande mellem punkterne, hvorved udgangssigtepunkterne kan etableres vha. bueskæring. Punkterne markeres med en træpløk, hvorefter der slås et søm i pløkken.

Ved at teste de tre målemetoder, i henholdsvis TurboNet og matlab-scriptet Test\_P [Jensen, 2002], opnås punktspredningerne i Figur 6.9.

Forudsætningerne for testberegningerne findes i *Appendiks C Testnet*.

Udgangssigtepunkter	
Metode	$\sigma_{xy}$ [mm]
Fremskæring	53,1
Polær måling	3,3
Polygonmåling	17,7

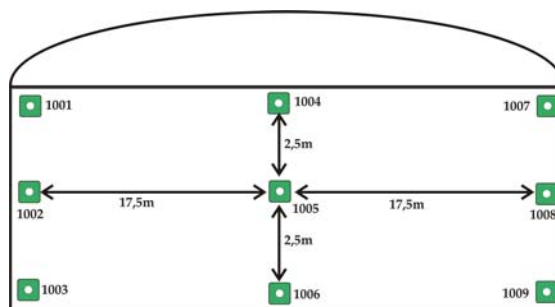
Figur 6.9: Punktspredningen for de tre målemetoder til indmåling af udgangssigtepunkterne. [L10-4, 2005]

På baggrund af Figur 6.9 vælges det at indmåle punkterne til udgangssigter ved hjælp af polær måling. Det vælges dog at indmåle udgangssigtepunkterne fra både opstilling 1 og 2, således der indføres overbestemmelser. Dette forbedrer kvaliteten af referencenetet. Ved opstilling i punkt 1 anvendes punkt 2 som udgangssigte og modsat ved opstilling i punkt 2.

Alle punkterne måles med to satser for at øge nøjagtigheden. Samtidig vælges der ikke at anvende flere satser for at begrænse tidsforbruget.

#### 6.2.1.4 Kontrolpunkter

For at kunne bestemme nøjagtigheden af sammenknytningsmetoderne sættes ni tape-targets op på muren, se Figur 6.10.



Figur 6.10: Kontrolpunkterne placeres i yderkanten af muren og i midten, således der også er kontrolpunkter i overlappet. [L10-4, 2005]

#### Etablering af kontrolpunkter

Disse tape-targets påsættes og indmåles i det lokale koordinatsystem. Metoden til indmåling af kontrolpunkterne bestemmes ligeledes ved en testberegning. Der findes to muligheder; fremskæring fra tre frie opstillinger og polær måling med reflektorløs totalstation ved opstilling i punkt 1. I *Appendiks C Testnet* gennemgås testberegningerne af de to metoder.

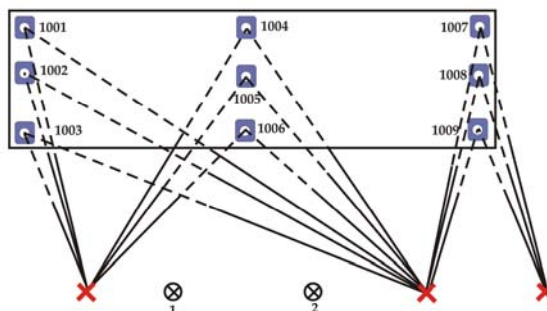


Kontrolpunkter	
Metode	$\sigma_p$ [mm]
Fremskæring	2,4
Polær måling	5,2

Figur 6.11: Punktspredningen for de to metoder til indmåling af kontrolpunkterne. [L10-4, 2005]

I Figur 6.11 ses det, at det er fremskæring, der opnår den bedste nøjagtighed. Ved anvendelsen af denne metode, skal der ved beregningen af koordinater til kontrolpunkterne tages højde for fejlbidraget fra udgangssigtepunkterne, som kontrolpunkterne indmåles i forhold til.

Testberegningerne bygger på anvendelse af tre frie opstillinger, se Figur 6.12, hvor der som minimum anvendes tre kendte punkter for at kunne beregne placeringen af opstillingen. Det vælges at anvende samtlige elleve punkter på jorden som udgangssigter, da ingen af udgangssigtepunkterne som udgangspunkt er bestemt bedre end de andre udgangssigtepunkter. Punkt 1 og 2 må anses for at være bedre bestemt end udgangssigtepunkterne.



Figur 6.12: Kontrolpunkterne indmåles ved fremskæring fra frie opstillinger. De røde kryds markerer de frie opstillinger. [L10-4, 2005]

Der måles med to satser ved indmåling af kontrolpunkterne.

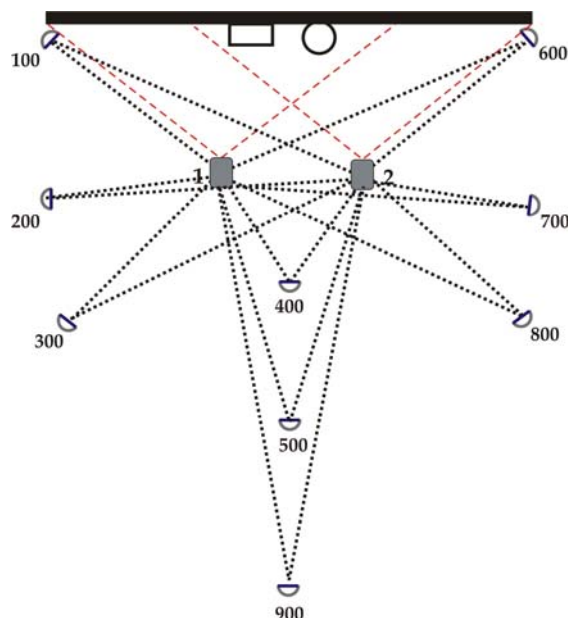
Det er nødvendigt, at kontrolpunkterne indmåles bedre end laserscanneren kan måle, således det bliver muligt at bestemme nøjagtigheden af sammenknytningen på baggrund af kontrolpunkterne. Ifølge laserscannerens specifikationer er nøjagtigheden for et target 1,5mm.

### 6.2.2 Centrering

Når et instrument opstilles over et punkt, er det vigtigt, at instrumentet centreres omhyggeligt, da en dårlig centrering får betydning for nøjagtigheden af de punkter, der indmåles. Dette gør sig også gældende, når HDS3000 opstilles over de to opstillingspunkter.

I dette projekt skal der gennemføres en række undersøgelser, hvor der skal centreres over de to opstillingspunkter, samt udgangssigepunkterne gentagne gange. Det vil som nævnt ikke være muligt at centrere ens hver gang. Derfor vælges en fremgangsmåde til udførelsen af undersøgelserne, der sikrer en ensartet centreringsspredning og så få opstillinger som muligt. Dette sikres ved, at targets tvangscentreres over punkterne.

For at begrænse antallet af opstillinger foretages der et scan fra opstillingspunkt 1, hvor dette scan skal indeholde alle sammenknytninger, dvs. at hvert scan indeholder geometri, targets, både til sammenknytning vha. targets og vha. udgangssigte. Det samme gør sig gældende for opstillingspunkt 2, se Figur 6.13.



Figur 6.13: Muren med geometri påsat, og targets placeret i de ti punkter scannes på en gang, hvorved der kan ses bort fra centreringsspredningen og de vejræssige forhold for hver enkelt opstilling. [L10-4, 2005]

På den måde opnås det, at alle tre metoder til sammenknytning påvirkes af samme fejl fra én opstilling, og at de vejræssige forhold har samme indflydelse på den enkelte opstilling. Der kan forekomme forskelle mellem opstillingerne i hvert punkt, da målingerne ikke kan udføres simultant. For at kompensere for dette udføres målingerne fra de to opstillingspunkter indenfor ca. 2 timer. Hvis vejrforholdene indenfor et par timer kan betragtes som stabile, kan de udelades af vurderingen af hvilken

sammenknytningsmetode, der giver den bedste nøjagtighed.

### 6.3 Sammenfatning

Af Figur 6.14 fremgår hvilke punkter, der indmåles med hvilken metode, samt hvilken nøjagtighed der kan forventes.

Punkttype	Målemetode	$\sigma_p$ [mm]
Opstillingspunkt	Basislægtmåling	0,2
Udgangssigtepunkt	Polær måling	3,3
Kontrolpunkt	Fremskæring	2,4

Figur 6.14: De tre punkttyper indmåles med forskellige målemetoder, og har derfor også forskellig forventelig punktspredning. [L10-4, 2005]

Etableringen af punkterne foregår ved, at en træpløk placeres vha. bueskæring, hvorefter selve punktet afmærkes med et søm. Opstillingspunkt 1 tildeles en koordinat, som koordinatsystemet defineres ud fra, og opstillingspunkt 2 koordineres ved basislægtmåling. Herefter koordineres udgangssigtepunkterne ved polær måling, hvor der stilles op i punkt 1 og 2, og tages udgangssigte til modsatte opstillingspunkt. Kontrolpunkterne indmåles ved fremskæring fra tre frie opstillinger for at for-

bedre nøjagtigheden i forhold til fremskæring fra punkt 1 og 2. Ved de frie opstillinger sigtes til alle 11 punkter i referencenetet. Derudover udføres et præcisionsniveaulement for at bestemme koten til udgangssigtepunkterne og opstillingspunkterne.

## 7 Indmåling af punkter

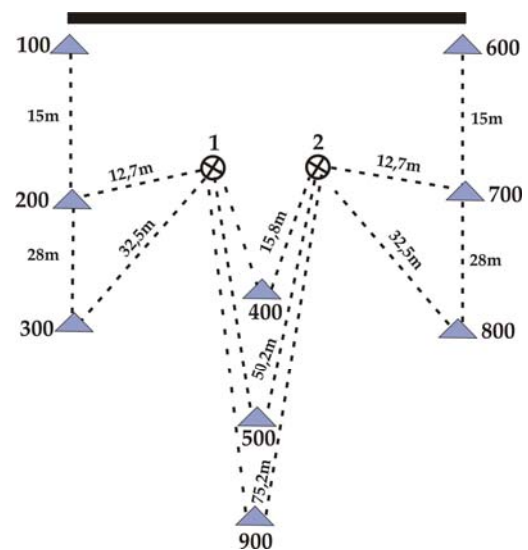
I dette kapitel beskrives indmålingen af punkterne i referencenetet. Opbygningen af dette kapitel er som følger:

- Resultater
- Kontrolmåling
- Sammenfatning

Først beskrives resultaterne af opmålingen. Udover dette foretages der også en kontrolmåling som en afsluttende kontrol af punkterne, denne beskrives ligeledes.

### 7.1 Resultater

I forbindelse med planlægningen af opmålingen er der bestemt foreløbige koordinater til opstillings- og udgangssigtepunkter. Disse koordinater anvendes til beregning af vejledende afstande mellem punkterne, således at det er muligt at etablere træpløkkerne vha. bueskæring, se Figur 7.1.



Figur 7.1: Målene der anvendes ved etablering af punkter vha. bueskæring. [L10-4, 2005]

Efter etableringen af træpløkkerne, afmærkes punkterne med et søm i midten, se Figur 7.2.



Figur 7.2: Etableret punkt, søm i træpløk. [L10-4, 2005]

Til beregning og udjævning af observationerne anvendes programmet TurboNet. Det, der skal beregnes koordinater til, er:

- Opstillingspunkter
- Udgangssigtepunkter
- Kontrolpunkter

### 7.1.1 Opstillingspunkter

Koordinaterne til opstillingspunkterne beregnes vha. basislægtemåling. Der måles basislægtemåling fra begge opstillingspunkter, hvorved der fremkommer to afstande mellem opstillingspunkterne. Resultatet af basislægtemålingen kan ses i Figur 7.3.

Fra pkt. til pkt.	Afstand [m]
1 - 2	9,9947
2 - 1	9,9963

Figur 7.3: Afstanden mellem opstillingspunkterne bestemmes ved basislægtemåling fra punkt 1 til punkt 2 og omvendt. [L10-4, 2005]

Som det ses af Figur 7.3 er der en afvigelse mellem målingerne på 1,6mm. Hvis middeltallet beregnes for de to afstande fås 9,9955m, afvigelserne fra middeltallet er 0,8mm for begge afstande. Der kan beregnes en spredning for disse afvigelser med følgende formel:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}}$$

[Jensen, 2002, s. 96]

Hvor  $d_i$  er den enkelte afvigelse, og  $n$  er antallet af afvigelser.

Koordinaterne til opstillingspunkt 1 og 2 illustreres i Figur 7.4.

Pkt.	x [m]	y [m]	$\sigma_P$ [mm]
1	100,000	100,000	0
2	109,996	100,000	0,8

Figur 7.4: Koordinater til opstillingspunkterne samt tilhørende spredninger. [L10-4, 2005]

Den forventelige spredning er 0,2mm, hvilket giver en fejlgrænse på  $\pm 3\sqrt{2}\sigma_s = 0,8\text{mm}$ . Det er muligt at overholde fejlgrænsen, og derfor anvendes afstanden til beregning af punkt 2's x-koordinat.

## 7.1.2 Udgangssigtepunkter

Koordinater til udgangssigtepunkterne bestemmes ved præcisionsnivelement (z) og polær måling (x og y).

### 7.1.2.1 Nivellement

Dagen, hvor nivellementet udføres, er der svag vind og lettere overskyet, så opmålingen forstyrres ikke af sol og vind.

Når der udføres et dobbeltnivellement mellem to punkter, bør afvigelsen  $D$  mellem den målte middelhøjdeforskel og den beregnede højdeforskel ikke overstige følgende fejlgrænse:

$$D_{MAX} = \pm \left( 3\sigma_k \sqrt{\frac{L}{2}} + k \right)$$

[Jensen, 2002, s. 60]

$k = 0$ , hvis nivellementet starter og slutter i samme punkt.  $\sigma_k$  er kilometerspredningen, som er  $1\text{mm}/\sqrt{\text{km}}$ .  $L$  er den nivellerede strækning, i dette tilfælde, 0,270km. På baggrund af dette fås  $D_{MAX} = 1,1\text{mm}$ . Lukkesummen for dobbeltnivellementet er 0,2mm, dermed overholdes fejlgrænsen på 1,1mm.

Resultatet af udjævningen af nivellementet giver en a posteriori spredning på vægtenheden på 2,379. Det optimale vil være, hvis denne er så tæt på 1 som muligt. Spredningen udtrykker, at der måles dårligere end forventet. Af resultatfilen, jf. Bilag B2, fra TurboNet ses det, at spredningen på observationerne alle afrundes til 0, se Figur 7.5.

Pkt.	Kote [m]	$\sigma_H$ [mm]	Pkt.	Kote [m]	$\sigma_H$ [mm]
1	10,000	0	500	10,197	0
2	10,023	0	600	10,087	0
100	10,138	0	700	10,019	0
200	9,952	0	800	10,169	0
300	10,000	0	900	11,886	0
400	10,078	0			

Figur 7.5: Koter til udgangssigtepunkterne på jorden samt tilhørende spredninger. [L10-4, 2005]

Årsagen er, at afvigelsen mellem de to nivelementer er mindre end 1mm, og der afrundes til nærmeste hele millimeter. Pga. den ikke eksisterende spredning, samt at lukkesummen er 0,2mm, vælges det ikke at fortsætte yderligere med udjævningen af nivelementet.

### 7.1.2.2 Polær måling

Indmålingen af udgangssigtepunkterne foregår med to satser fra hver opstilling, hvor der måles horisontalretning, zenitdistance og afstand.

Opstillingspunkter medtages i udjævningen af udgangssigtepunkter som kendte punkter. Det

er på baggrund af disse, TurboNet beregner koordinater til udgangssigtepunkterne.

Resultatet af udjævningen giver en a posteriori spredning på vægtenheden på 1,085, hvilket kan accepteres, og da  $\chi^2$  intervallet, se *Appendiks C Testnet*, overholdes med  $70,8 < 113,0 < 125,0$ , må udjævningen tolkes som succesfuld. Resultatet af udjævningen er at se i Figur 7.6.

Pkt.	x [m]	y [m]	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
100	89,016	111,903	1	1	1,4
200	87,472	98,001	1	1	1,4
300	87,472	70,058	2	2	2,8
400	104,969	75,028	2	1	2,2
500	104,989	51,300	4	1	4,1
600	122,369	112,952	1	1	1,4
700	122,525	98,042	1	1	1,4
800	122,506	70,020	2	2	2,8
900	105,126	23,853	5	1	5,1

Figur 7.6: Koordinater til udgangssigtepunkterne samt tilhørende spredninger. Da  $\sigma_z$  afrundes til 0 for alle punkter, er den ikke medtaget i beregningen af  $\sigma_p$ . [L10-4, 2005]

Som det ses af Figur 7.6, er det punkt 900 og 500, som har de største spredninger. Dette skyldes afstanden mellem disse og opstillingspunkterne. Jo længere afstand jo dårligere nøjagtighed, da udgangssigtet er kort. Det er de fire udgangssigtepunkter 100, 200, 600 og 700, der er nærmest opstillingspunkterne, som opnår den bedste nøjagtighed. Denne nøjagtighed svarer til den nøjagtighed, der kan opnås ved laserscanning. De tre andre punkter 300, 400 og 800, kan overholde  $\pm 3\sigma = 4,5\text{mm}$  fra laserscanningen. Resultatfilen for udjævningen findes i Bilag B2.

### 7.1.3 Kontrolpunkter

Udjævningen af udgangssigtepunkterne viser, at punkterne 500 og 900 er dårligere bestemt end de øvrige, derfor udelades disse i beregningen af kontrolpunkterne. Endvidere medtages spredningerne for de øvrige udgangssigtepunkter i udjævningen af kontrolpunkter, og derfor indgår udgangssigtepunkter ikke som fastholdte punkter. Dette gøres, idet der er en usikkerhed på udgangssigtepunkterne.

Resultatet af udjævningen giver en a posteriori spredning på vægtenheden på 0,300 og Chi<sup>2</sup> testen, se *Appendiks C Testnet*, bliver 14,8, som

ligger under intervallet på [131,3;202,5]. Resultaterne indikerer, at der måles bedre end forventet. Det er ikke muligt at ændre noget i observationerne, der hentes ind i TurboNet. Det, der kan ændres på, er spredningerne, observationerne tildeles inden udjævningen, men da disse i forvejen er lave, vil det ikke resultere i en væsentlig ændring af den a posteriori spredning på vægtenheden. Det vil derfor ikke påvirke kontrolpunkternes koordinater. Resultatet af udjævningen vises i Figur 7.7.

Pkt.	x [m]	y [m]	z [m]	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_z$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	114,929	15,013	1	1	1	1,7
1002	87,890	114,932	12,742	1	1	1	1,7
1003	87,888	114,953	10,720	1	1	1	1,7
1004	105,065	115,009	15,014	1	1	1	1,4
1005	105,031	115,005	12,735	1	1	1	1,4
1006	104,926	115,006	10,580	1	1	1	1,4
1007	121,925	115,012	15,031	0	1	1	1,4
1008	121,929	115,011	12,744	0	1	1	1,4
1009	121,971	115,016	10,572	0	1	1	1,4

Figur 7.7: Koordinater til kontrolpunkterne samt tilhørende spredninger. [L10-4, 2005]



I henhold til Figur 7.7 er det for seks af de ni kontrolpunkter muligt at opnå en spredning, som er bedre end den spredning, der kan forventes ved laserscanning. For de resterende tre kontrolpunkter bliver spredningen lidt større. Dette kan skyldes, at vinklen ved fremskæring til 1001 – 1003 er dårligere end ved de øvrige punkter. Det vælges at fortsætte med disse resultater, da supplerende målinger ikke nødvendigvis vil forbedre resultatet. Resultatfilen for udjævningen findes i Bilag B2.

## 7.2 Kontrolmåling

Afslutningsvis udføres en kontrolmåling for at sikre, at punkterne undervejs i måleforløbet ikke er beskadiget.

Kontrolmålingen udføres med den reflektorløse totalstation TCRA1105 som detailmåling med miniprisme. Kontrolmålingen foretages fra en fri opstilling med udgangssigte til tre kendte punkter. Punkt 1, 2 og 100 anvendes, da det er udgangssigtepunkterne, der skal kontrolleres. Punkt 100 medtages, da der ønskes overbestemmelse. Endvidere har dette punkt en lav spredning i forhold til øvrige udgangssigtepunkter.

For at vurdere kontrolmålingen anvendes målestoksforhold og den absolutte afvigelse mellem koordinater fra fremskæring og koordinater fra kontrolmåling.

### 7.2.1 Vurdering af kontrolmåling

Kontrolmålingen beregnes i programmet PCMAAL. Til at vurdere resultaterne fra PCMAAL anvendes følgende:

- Målestoksforhold
- Residualer

#### Målestoksforhold

Ud fra PCMAAL opnås en målestoksfaktor på 1,000013844, dvs. en afstandskorrektion på 14ppm, svarende til 1,4mm pr. 100m. For at vurdere målestoksfaktoren,  $k$ , kan der beregnes en fejlgrænse:

$$d_{kMAX} = \pm 3 \frac{\sigma_S}{S_B}$$

[Jensen, 2002, s. 91]

Hvor  $\sigma_S$  er spredningen på en afstand, jf. *Appendiks B Fejlteori*, og  $S_B$  er den længste afstand mellem opstillingspunkt og detailpunkt, dvs. 64m.

Fejlgrænsen beregnes til at være 114ppm, dermed overholder målestoksfaktoren fejlgrænsen.

### Residualer

Residualerne bør ikke overstige fejlgrænserne, der beregnes således:

$$r_{y_i,MAX} = \pm 3\sigma_p \text{ og } r_{x_i,MAX} = \pm 3\sigma_p$$

[Jensen, 2002, s. 95]

Hvor  $\sigma_p$  er den forventede punktspredning for kontrolmålingen, som foretages ved polær måling. Spredningen beregnes efter formlerne i *Appendiks B Fejlteori*

Figur 7.8 indeholder residualerne fra PCMAAL, samt de beregnede fejlgrænser.

Opstillingspunkt	Sigte til punkt	Afstand [m]	$r_{y_i}$ [mm]	$r_{x_i}$ [mm]	$r_{y_i,MAX}$ [mm]	$r_{x_i,MAX}$ [mm]
9000	1	13	1	-1	17	17
	2	12	0	1	19	19
	100	29	-1	0	10	10

Figur 7.8: Residualer samt tilhørende fejlgrænser. [L10-4, 2005]

Som det ses af Figur 7.8 overholder alle residualer fejlgrænserne.

Resultatfilen findes i Bilag B2.

### 7.2.2 Absolut afvigelse

Ved den absolutte afvigelse sammenlignes koordinaterne fra kontrolmålingen med koordinaterne fra fremskæringen. I Figur 7.9 og Figur 7.10 ses de to hold koordinater samt afvigelserne imellem dem.

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

Pkt.	x [m]	x_kontrol [m]	Afvigelse [mm]	y [m]	y_kontrol [m]	Afvigelse [mm]	z [m]	z_kontrol [m]	Afvigelse [mm]
200	87.472	87.473	-1	98.001	98.003	-2	9.952	9.949	3
300	87.472	87.471	1	70.058	70.059	-1	10.000	9.996	4
400	104.969	104.970	-1	75.028	75.029	-1	10.078	10.075	3
500	104.989	104.988	1	51.300	51.301	-1	10.197	10.192	5
600	122.369	122.369	0	112.952	112.953	-1	10.087	10.085	2
700	122.525	122.525	0	98.042	98.043	-1	10.019	10.015	4
800	122.506	122.506	0	70.020	70.022	-2	10.169	10.165	4
900	105.126	105.126	0	23.853	23.856	-3	11.886	11.881	5

Figur 7.9: Indeholder afvigelsen mellem koordinater fra fremskæring og kontrolmåling af udgangssigtepunkter. Punkt 100 er ikke med da den er anvendt som udgangssigte til kontrolmålingen. [L10-4, 2005]

Pkt.	x [m]	x_kontrol [m]	Afvigelse [mm]	y [m]	y_kontrol [m]	Afvigelse [mm]	z [m]	z_kontrol [m]	Afvigelse [mm]
1001	87,855	87,854	1	114,929	114,936	-7	15,013	15,010	3
1002	87,890	87,889	1	114,932	114,936	-4	12,742	12,737	5
1003	87,888	87,888	0	114,953	114,954	-1	10,720	10,716	4
1004	105,065	105,066	-1	115,009	115,013	-4	15,014	15,010	4
1005	105,031	105,032	-1	115,005	115,009	-4	12,735	12,731	4
1006	104,926	104,927	-1	115,006	115,009	-3	10,580	10,576	4
1007	121,925	121,929	-4	115,012	115,015	-3	15,031	15,027	4
1008	121,929	121,932	-3	115,011	115,013	-2	12,744	12,741	3
1009	121,971	121,974	-3	115,016	115,018	-2	10,572	10,569	3

Figur 7.10: Indeholder afvigelsen i koordinater fra fremskæring og kontrolmåling af kontrolpunkterne. [L10-4, 2005]

For at kunne vurdere afvigelserne, beregnes en spredning for afvigelserne i henholdsvis x-, y- og z-retningen. Formlen, der anvendes til at beregne spredningen, er:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}}$$

[Jensen, 2002, s. 96]

Hvor  $d_i$  er den enkelte afvigelse, og  $n$  er antallet af afvigelser. Spredningerne er at se i Figur 7.11.

Pkt.	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_z$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]
Udgangssigte	0,7	1,7	3,9	4,3
Kontrol	2,1	3,7	3,8	5,7

Figur 7.11: Indeholder spredningerne beregnet ud fra afvigelserne, samt den samlede spredning. [L10-4, 2005]

Resultatet af formlen bør ikke afvige væsentligt fra  $\pm\sqrt{2}\sigma_p$ . Ifølge *Appendiks C Testnet* beregnes den teoretiske punktspredning for polær måling til 3,3mm, dvs.  $\pm\sqrt{2}\sigma_p = 4,7mm$ . For fremskæring beregnes den teoretiske punktspredning til 2,4mm, dermed bliver  $\pm\sqrt{2}\sigma_p = 3,4mm$

Ud fra kontrolmålingen ses det, at udgangssigtepunkterne overholder kravene om en maksimal spredning på punkterne på 4,7mm, se Figur 7.11. Kontrolpunkterne overholder derimod ikke kravene om en maksimal spredning på 3,4mm. Dette kan skyldes den vinkel, der sigtes ind på kontrolpunkterne. Hvis vinklen bliver for spids er det vanskeligt at indstille præcist på tape-targets, hvorved nøjagtigheden for kontrolmålingen forringes. Samtidig måles der kun en halv sats.

### 7.3 Sammenfatning

Formålet med opmåling og udjævning af punkter og observationer er at opnå en punktspredning, der svarer til den nøjagtighed, der kan opnås ved scanning af targets. Punktspredningen for targets er specificeret til 1,5mm.

#### De opnåede spredninger

Som det ses af Figur 7.12 opnås den bedste punktspredning for udgangssigtepunkterne tættest på opstillingspunkterne 1 og 2. Det er tydeligt, at afstanden forringer nøjagtigheden. Dette forhold blev allerede indikeret i forbindelse med beregning af testnet pga. korte udgangssigter.

Pkt.	Udgangssigtepunkter	100	200	300	400	500
$\sigma_P$ [mm]		1,4	1,4	2,8	2,2	4,1
Pkt.	Udgangssigtepunkter	600	700	800	900	
$\sigma_P$ [mm]		1,4	1,4	2,8	5,1	
Pkt.	Kontrolpunkter	1001	1002	1003	1004	1005
$\sigma_P$ [mm]		1,7	1,7	1,7	1,4	1,4
Pkt.	Kontrolpunkter	1006	1007	1008	1009	
$\sigma_P$ [mm]		1,4	1,4	1,4	1,4	
Pkt.	Opstillingspunkter	1	2			
$\sigma_P$ [mm]		0,0	0,8			

Figur 7.12: Indeholder de faktiske punktspredninger for de forskellige punkttyper. [L10-4, 2005]

Ifølge Figur 7.12 er det for størstedelen af kontrolpunkterne muligt at opnå en nøjagtighed bedre end de ønskede 1,5mm. Punkt 900 er det punkt, der er dårligst bestemt, samtidig er det det, der er placeret længst væk fra opstillingspunkterne.

Ifølge specifikationerne for laserscanneren er den ønskede punktspredning opnåelig indenfor en afstand af 50m, derfor er det ikke sandsynligt, at der med laserscanneren til punkt 900 kan opnås en spredning på 1,5mm, så den højere spredning for punkt 900 har ikke nødvendigvis nogen betydning for undersøgelserne.

Vurderes spredningen af kontrolpunkterne i forhold til den specificerede nøjagtighed for targets ses det, at kontrolpunkterne 1001 - 1003 har spredninger på 1,7mm, mens de øvrige kontrolpunkter har spredninger på 1,4mm.

### De forventede spredninger

Udover, at sammenligne de opnåede spredninger med spredningerne for laserscanning, er det interessant at sammenligne de opnåede spredninger med de forventede spredninger beregnet i *Appendiks B Fejlteori*. De forventede spredninger fremgår af Figur 7.13

Pkt.	Udgangssigtepunkter	100	200	300	400	500
$\sigma_P$ [mm]		2,8	2,5	4,1	3,4	5,8
Pkt.	Udgangssigtepunkter	600	700	800	900	
$\sigma_P$ [mm]		3,5	3,3	4,6	8,4	
Pkt.	Kontrolpunkter	1002	1005	1008		
$\sigma_P$ [mm]		4,1	3,4	5,5		
Pkt.	Opstillingspunkter	1	2			
$\sigma_P$ [mm]		0,0	0,2			

Figur 7.13: Indeholder de forventede punktspredninger for de forskellige punkttyper. [L10-4, 2005]

Hvis Figur 7.12 og Figur 7.13 sammenlignes, ses det, at det for indmåling af udgangssigtepunkterne er muligt at opnå spredninger bedre

end de forventede. Det samme er tilfældet ved indmålingen af kontrolpunkterne. Disse indmåles betydelig bedre end forventet. Det eneste punkt, som er bestemt dårligere end forventet er punkt 2. Ved indmålingen vha. basislægtmåling opnås en spredning på 0,8mm, hvor den forventede er 0,2mm. Dette kan skyldes, at basislægten vipper pga. vinden under målingerne. Denne afvigelse har ikke haft betydning for beregningerne af de øvrige punkter, så derfor vurderes det, at de opnåede resultater kan anvendes ved vurdering af nøjagtigheden for sammenknytningsmetoderne.

---

## 8 Måling med laserscanner

---

Når alle punkter er etableret og indmålt, kan laserscanningen påbegyndes. Kapitellet består af følgende afsnit:

- Opmåling
- Sammenknytning
- Resultater
- Sammenfatning

I *Appendiks D Vejledning i sammenknytning i Cyclone*, jf. Bilag B, findes en detaljeret beskrivelse af, hvorledes sammenknytningerne udføres i Cyclone

### 8.1 Opmåling

Laserscanningen udføres fra de to opstillingspunkter 1 og 2. Der scannes i alt fem jobs, hvert bestående af to scans. I dette afsnit gennemgås forløbet af opmålingen med følgende underpunkter:

- Opstilling af scanner
- Anvendelse af targets
- Scanning
- Afvigelser fra det planlagte

#### 8.1.1 Opstilling af scanner

Inden scanningen påbegyndes, opstilles og centrerer scanneren over et opstillingspunkt. Scanneren opstilles på et fodstykke med dåselibelle og optisk lod. Opstillingshøjden måles som en skråafstand til et punkt markeret på forsiden af scanneren. Denne skråafstand kan Cyclone omregne til en lodret opstillingshøjde for scanneren.

Idet scanneren tændes, etableres et lokalt koordinatsystem med udgangspunkt i scannerens udgangsposition, dvs. den retning scanneren peger, når den er låst, jf. *kapitel 2 Foranalyse*. Dette sikrer, at scanneren kan slukkes og tændes igen under scanningen, uden at koordinatsystemet ændres.

#### 8.1.2 Anvendelse af targets

Der anvendes targets i alle udgangssigtepunkter til sammenknytning vha. henholdsvis targets og udgangssigter. Der er etableret 11 punkter, men da Aalborg Universitet kun råder over seks sfæriske targets, er det nødvendigt at flytte enkelte targets rundt i forbindelse



med opmålingen. For at kunne placere targets med høj nøjagtighed over punkterne, og samtidigt sikre, at targets placeres ens ved scanning fra de to opstillingspunkter, opstilles der inden opmålingen stativer med fodstykker i alle punkter, således at der anvendes tvangscentrering. Det er de samme to targets, der flyttes i alle sæt af målinger. Det ene target flyttes mellem punkt 100, 200 og 300, mens det andet flyttes mellem punkt 600, 700 og 800.

Det vælges at scanne den plane side af targets, idet kontrolpunkterne er plane tape-targets, hvilket gør det muligt at anvende targets på muren i forbindelse med sammenknytningerne.

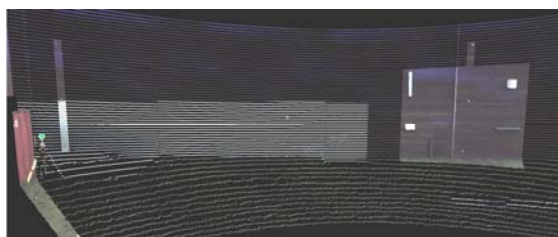
### 8.1.3 Scanning

Scanningerne udføres over to dage: d. 21/4 2005 og d. 22/4 2005. Begge dage er der tørt og klart vejr, så dette har ikke umiddelbart indflydelse på resultaterne.

Inden scanningen påbegyndes, tages et panoramabillede. Dette billede kan bruges til udpegning af scanningsområder. Fotografering og scanning af objekter foretages i vinduet ScanControl.

Vha. panoramabilledet udpeges området, der ønskes scannet, ved at tegne en firkant rundt om. Herefter vælges den ønskede punkttæthed, samt den referenceafstand punkttætheden skal beregnes efter, jf. *Appendiks A Teori for laserscanning*. Referenceafstanden bestemmes ved at lade scanneren måle afstanden til det objekt, der skal scannes eller ved manuel indtastning.

Først scannes muren, fra opstillingspunkt 1, med en punkttæthed på 10cm. Herefter scannes de to søjler af kontrolpunkter (1001 - 1006), som er indenfor det scannede område, med en punkttæthed på 2cm, så det er muligt for Cyclone at genkende targets i punktskyen, hvorefter disse finscannes. Herefter scannes området med de påsatte objekter tre gange med punkttætheder på henholdsvis 2cm, 1cm og 5mm. Figur 8.1 viser et scan af muren inklusiv scans af targets og objekter.



Figur 8.1: Viser eksempel på et scan fra opstillingspunkt 1. [L10-4, 2005]

Efter muren er scannet, udpeges de opstillede targets, hvorefter disse scannes og finscannes. Ved scanning af targets vælges punkttætheden, således at det fjernest placerede target (punkt 900) scannes med en punkttæthed på 2cm for at sikre genkendelse af dette target. De targets, der placeres tættere på, scannes derfor med en større punkttæthed.

Herefter flyttes scanneren til punkt 2, og proceduren gentages.

#### 8.1.4 Afvigelser fra det planlagte

Af forskellige årsager er der undervejs i målingerne enkelte afvigelser fra det planlagte. I det første sæt af scans, Job A, mister computeren forbindelsen til scanneren under scanning fra punkt 2, og scanneren må derfor slukkes og genstartes. Dette bør være uden betydning, da scanneren orienterer det interne koordinatsystem efter udgangspositionen, således at dette er uændret, så længe scanneren ikke flyttes. I forbindelse med kontrol af sammenknytningerne kontrolleres det, om jobbet viser dårligere nøjagtighed end de øvrige, og om det i så fald kan forklares med dette.

Ved behandling af de indsamlede data er det konstateret, at punkt 200 i Job A er registreret

forkert ved scanning fra opstilling 2. I stedet for det opstillede target er der registreret et hængsel på den bagvedstående skurvogn. Dette punkt kan derfor ikke anvendes til sammenknytningerne.

De øvrige scans forløber som planlagt.

## 8.2 Sammenknytning

Sammenknytning af scans kaldes i Cyclone *Registration* og foregår ved at udpege fællepunkter i to eller flere scans.

I det følgende gennemgås hvilke sammenknytninger, der gennemføres. Vurdering af de udførte sammenknytninger foretages i *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse*.

### 8.2.1 Sammenknytninger der udføres

Som beskrevet i *kapitel 5 Beskrivelse af undersøgelse* testes tre sammenknytningsmetoder:

- Sammenknytning vha. punktskyer
- Sammenknytning vha. targets
- Sammenknytning vha. udgangssigter

### **Sammenknytning vha. punktskyer**

Der scannes fem objekter til brug for sammenknytningen, henholdsvis to kasser og tre rør. Endvidere scannes objekterne med tre forskellige punkttætheder, hvilket giver fem forskellige sammenknytninger, jf. *kapitel 5 Beskrivelse af undersøgelse*:

- Alle objekter; 5mm
- Alle objekter; 1cm
- Alle objekter; 2cm
- Kun kasser; 5mm
- Kun rør; 5mm

Når der scannes i Cyclone, bliver alle scans, som udføres under samme ScanWorld, sammensat til én samlet punktsky. For at kunne foretage sammenknytninger, der kun indeholder bestemte scans, etableres derfor nye ScanWorlds for hver enkelt sammenknytning, hvor de relevante scans tilføjes. Ved de sammenknytninger, der kun indeholder én objekttype (kasser eller rør), er det derfor nødvendigt at fjerne de punkter fra punktskyen, som repræsenterer de andre objekter.

Ved sammenknytningen udpeges, på hvert af de anvendte objekter, ét punkt til brug for den foreløbige orientering af sammenknytningen. Cyclone kræver mindst to udpegede punkter

for at foretage den foreløbige orientering. Det er vigtigt, at disse punkter udpeges præcist i begge punktskyer for at sikre en god foreløbig orientering. Efterfølgende gennemføres sammenknytningen automatisk i Cyclone.

### **Sammenknytning vha. targets**

Når et target scannes og registreres som værende et HDS-target, registreres det automatisk i ControlSpace, som er den del af et ScanWorld, der anvendes i forbindelse med sammenknytningen. Når to scans sammenknyttes, kan Cyclone automatisk gennemgå de enkelte ControlSpaces for modellerede targets og registrere de targets, der findes i flere punktskyer. Herefter udvælges de targets, der ønskes anvendt i den enkelte sammenknytning, og denne foretages.

Der udføres som beskrevet i *kapitel 5 Beskrivelse af undersøgelse* fire forskellige sammenknytninger baseret på targets:

- Omkring opstilling (100, 200, 400, 600, 700)
- Foran opstilling (100, 600, 1004, 1005, 1006)
- Ved siden af opstilling (400, 500, 600, 700, 800)
- Bagved opstilling (300, 400, 500, 800)

Punkterne omkring opstillingerne vælges, idet det er disse, der er tættest på opstillingerne. Samtidig omkranser disse punkter opstillingspunkterne. Punkterne foran opstillingerne vælges, fordi det er disse fem punkter, der er foran opstillingspunkter. De tre punkter på muren vælges frem for de øvrige seks, da de er placeret i midten. Det vælges at scanne de fem punkter til højre for muren og opstillingspunkterne, da punkterne til venstre ikke er placeret helt symmetrisk. Af punkterne bagved vælges de fire, der står tættest på. Punkt 900 udelades, da dette står i en afstand af 75m, hvorved laserscanneren ikke kan holde den specificerede nøjagtighed.

#### **Sammenknytning vha. udgangssigter**

Når der anvendes udgangssigter til orientering af scans, indtastes koordinater til udgangssigtepunktet og scannerens opstillingspunkt i Cyclone inden scanningen påbegyndes, hvorved scans orienteres på baggrund af disse koordinater. I dette projekt arbejdes der med forskellige sammenknytninger af de samme punktskyer, derfor indtastes koordinaterne til udgangssigtepunktet og opstillingspunktet først i forbindelse med databearbejdningen, da det ellers ikke er muligt at gennemføre undersøgelserne så ens som muligt.

I hvert ScanWorld indtastes koordinaterne til opstillingspunktet for scanneren. For at orientere koordinatsystemet er det, udover koordinatet til opstillingspunktet, nødvendigt at beregne en retning mellem koordinatsystemets x-akse og retningen til det valgte udgangssigtepunkt. Denne retning beregnes på baggrund af koordinaterne bestemt ved polær måling. Hvis udgangssigtet defineres i forbindelse med scanningen, er det ikke nødvendigt at angive en retning i Cyclone, men kun koordinaterne til udgangssigtet.

Når punktskyerne fra begge opstillinger orienteres i det lokale koordinatsystem, oprettes et nyt ScanWorld, hvor de to punktskyer indsættes. Sammenknytningen sker, idet punktskyerne orienteres i koordinatsystemet og indsættes i samme ScanWorld.

Der udføres seks forskellige sammenknytninger vha. udgangssigter:

- Langt udgangssigte; 77m (900)
- Mellemlangt udgangssigte; 46m (500)
- Kort udgangssigte; 25m (400)
- Modstående opstillingspunkt; 10m
- Udgangssigte ved siden af opstilling; 12,5/22,5m (700)

- Udgangssigte på muren; 15m (1005)

### 8.3 Resultater

Resultatet af laserscanningen og sammenknytningen er en række punktskyer, hvori det er muligt at bestemme koordinater til udpegede punkter. Hvis punktskyerne skal være i et bestemt koordinatsystem, skal der foretages en transformation. Idet to punktskyer indeholdende targets sammenknyttes, hvad enten det er vha. punktsky, targets eller udgangssigter, beregner Cyclone et residual for alle targets i punktskyen. Ud fra dette residual er det muligt at beregne en punktspredning for targets og sammenligne denne med den forventede spredning på 1,5mm.

Beregning og vurdering af nøjagtighederne ved sammenknytningsmetoder foretages i *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse*.

#### 8.3.1 Spredning på targets

Af resultatfilen Constraint list, jf. Bilag B3 fra Cyclone fremgår residualer og punktspredningen for targets i de sammenknyttede scans.

Punktspredningen bestemmes ved at gennemføre én sammenknytning for hvert job på bag-

grund af alle targets i punktskyerne. Derved beregnes residualer til alle de targets, som optræder flere gange i de sammenknyttede punktskyer. Disse residualer omregner Cyclone til en punktspredning for det enkelte target. Disse fremgår af Figur 8.2.

Pkt.	Job A	Job B	Job C	Job D	Job E
$\sigma_p$ [mm]					
100	14	8	1	2	5
200	-	3	2	2	2
300	11	5	1	3	4
400	4	1	5	4	4
500	4	1	4	2	2
600	6	6	6	2	6
700	4	3	7	5	4
800	8	4	3	2	3
900	5	2	4	2	9
1004	5	2	3	2	5
1005	5	3	4	2	1
1006	5	4	4	1	4
$\sigma_{\text{Samlet}}$ [mm]	6	4	4	2	4

Figur 8.2: Viser punktspredningerne for targets i de fem job. I bunden af figuren er der regnet en gen-

nemsnitlig spredning for det enkelte job. [L10-4, 2005]

Som det ses af Figur 8.2, er det ikke muligt at overholde den specificerede spredning på 1,5mm i forbindelse med scanningen. Den gennemsnitlige spredning på targets for alle jobs er 4mm. Så laserscanningen vurderes at være dårligere end forventet.

Job D har en gennemsnitlig spredning på 2mm, så dette job har en nøjagtighed, der næsten svarer til den specificerede, mens Job A har en spredning på 6mm, hvilket er mere end  $\pm 3\sigma = 4,5\text{mm}$ . Job B, C og E falder indenfor  $\pm 3\sigma$ .

Under måling ved Job A, var det nødvendigt at genstarte scanneren undervejs i målingerne, dette burde ikke påvirke resultaterne, men da det er targets scannet i Job A, som har den største spredning i forhold til de øvrige jobs, indikerer dette det modsatte.

Ved terrestrisk indmåling af udgangssigte- og kontrolpunkterne skal disse indmåles med en nøjagtighed bedre end den, der kan opnås ved scanning. Som udgangspunkt skal de indmåles med en nøjagtighed på maksimalt 1,5mm. Dette krav kan ikke opfyldes, idet den gennemsnitlige punktspredning for udgangssigtepunkterne

er 2,5mm, mens den for kontrolpunkterne er 1,5mm. Nøjagtigheden af de terrestriske indmålte punkter er bedre end den nøjagtighed, der opnås ved scanning af targets på 4mm. Det vurderes derfor, at punkterne er indmålt bedre end ved laserscanning, hvorfor disse kan anvendes til undersøgelserne.

### 8.3.2 Transformation

De sammenknytninger, der foretages vha. udgangssigter, er repræsenteret direkte i det lokale koordinatsystem, mens de sammenknytninger, der foretages vha. targets eller punktskyer, skal transformeres hertil. Til transformation af sammenknytningen vha. targets, vælges det at anvende de samme punkter, som anvendes til sammenknytningen. Dette gøres for at sikre, at nøjagtigheden af de øvrige punkter ikke påvirker resultatet. Dette er ikke muligt, når der sammenknyttes vha. punktskyer, og da det vurderes, at en transformation vha. targets vil påvirke resultatet, vælges det at udelade sammenknytning vha. punktskyer af denne kontrol.

Ved sammenknytning vha. targets og udgangssigter opstilles targets i udgangssigtepunkterne. Fra indmålingen af udgangssigtepunkterne er der beregnet en spredning for

disse, der almindeligvis tages i betragtning ved anvendelse. I Cyclone er det ikke muligt at indtaste spredningen på punkterne. Spredningen på punkterne har kun betydning ved den absolutte nøjagtighed for sammenknytning vha. targets og udgangssigter, hvor disse vurderes i forhold til det lokale koordinatsystem. Da der ved ingen af undersøgelserne er mulighed for at inddrage spredningen, vurderes det, at denne ikke nødvendigvis får betydning for nøjagtigheden, og at sammenknytningerne kan sammenlignes.

## 8.4 Sammenfatning

Formålet med undersøgelserne og sammenknytning af scans er at få en række sammenknyttede punktskyer, hvori der kan foretages kontrolmålinger til vurdering af de enkelte sammenknytningers nøjagtighed.

Der opnås en gennemsnitlig spredning på targets for alle fem jobs på 4mm, hvilket er højere end den specificerede på 1,5mm. Dog ligger spredningen indenfor  $\pm 3\sigma = 4,5\text{mm}$ . Det vurderes derfor, at dataene kan anvendes til vurdering af nøjagtigheden af sammenknytningsmetoderne.

I forbindelse med opmålingen er der enkelte afvigelser fra det planlagte. I det ene scan i Job A registreres et forkert punkt 200, derfor anvendes dette punkt ikke i sammenknytningerne for Job A. Punktet anvendes dog ved sammenknytningerne i de øvrige jobs. Da der måles flere targets end nødvendigt for at udføre sammenknytningerne, vurderes det at være uden betydning at udelade punkt 200.

Under scanning fra punkt 2 i Job A må scanneren genstartes pga. problemer med forbindelsen mellem computeren og scanneren. Ved beregning af spredningen for targets, er det Job A, der opnår de højeste spredninger, det skal derfor vurderes, om den dårligere nøjagtighed kan skyldes, at det var nødvendigt at genstarte computeren undervejs. Dette burde ikke have betydning for scanningen, idet scanneren ikke flyttes. Det vurderes i *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse*, om det har indflydelse på nøjagtigheden af sammenknytningerne.

Resultaterne af sammenknytningerne vurderes i *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse*.

## 9 Vurdering af undersøgelse

Udgangspunktet for vurderingen af undersøgelsen er de problemstillinger, der beskrives i *kapitel 3 Problemformulering*. Det skal vurderes, hvor gode de enkelte sammenknytninger er i forhold til de hinanden, men den indbyrdes nøjagtighed sammenknytningerne imellem skal også vurderes.

Kapitlet deles op, således at den enkelte metode til sammenknytning behandles under hvert sit afsnit:

- Sammenknytning vha. punktsky
- Sammenknytning vha. targets
- Sammenknytning vha. udgangssigte

I forbindelse med gennemgangen af sammenknytningsmetoderne anvendes der en nummerering af de enkelte sammenknytninger. Figur 9.1 beskriver hvilke sammenknytninger, der foretages, samt nummereringen af disse. I *kapitel 5 Beskrivelse af undersøgelse* findes en nærmere beskrivelse af disse sammenknytninger.

Sammenknytning	
Punktsky	
1	Alle objekter – 5mm
2	Alle objekter – 1cm
3	Alle objekter – 2cm
4	Kasser
5	Rør
Targets	
6	Omkring
7	Foran
8	Ved siden af
9	Bagved
Udgangssigte	
10	Lang
11	Mellem
12	Kort
13	Opstillingspunkt
14	Ved siden
15	Mur

Figur 9.1: Beskriver de 15 sammenknytninger, der skal undersøges. [L10-4, 2005]



Data fra laserscanning præsenteres under hvert afsnit vha. et diagram, som beskriver henholdsvis den relative og den absolutte nøjagtighed, samt et skema som sammenfatter følgende:

- Spredning min. og max.
- Afvigelse min. og max.
- Dårligste job
- Systematisk fejl

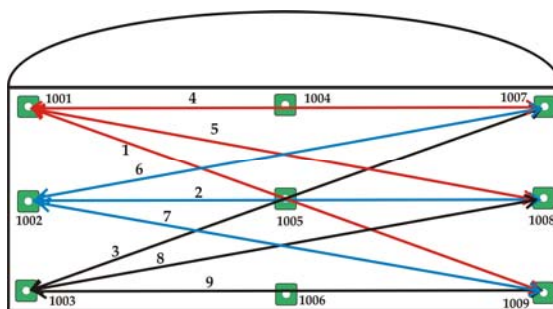
Spredning min. og max. beskriver den største og mindste spredning, der er for afvigelserne ved den enkelte sammenknytning. Afvigelse min. og max. beskriver den største og mindste afvigelse, der er på den enkelte sammenknytning. For hver sammenknytning vurderes det hvilket job, der er dårligst, dvs. det med den største afvigelse. Det vurderes også, om der er systematik i afvigelserne ved at se på, om disse er enten positive eller negative indenfor det enkelte job.

Afvigelserne og spredningerne skal sammenholdes med fejlgrænserne, som beskrives under *Relativ nøjagtighed* og *Absolut nøjagtighed* i det følgende.

### Relativ nøjagtighed

Den relative nøjagtighed anvendes til vurdering af præcisionen af målingerne.

Den relative nøjagtighed vurderes ved, at der måles ni kontrolafstande mellem seks kontrolpunkter i Cyclone. Der vælges at måle ni afstande, da det er det maksimale antal afstande, der kan måles imellem de to scans. Hvilke afstande, der måles, illustreres på Figur 9.2.



Figur 9.2: Viser ni målte kontrolafstande 1 - 9, der skal måles. [L10-4, 2005]

For hver afstand beregnes en middelværdi,  $\mu$ , for alle fem jobs efter følgende formel:

$$\mu = \frac{\sum s_i}{n}$$

Hvor  $s_i$  er den enkelte afstand (1 - 9) fra Job A - E, og  $n$  er antallet af jobs. Der regnes en afvigelse mellem middelværdien og den enkelte

afstand fra Job A - E. Til slut regnes en spredning for afvigelse. Denne spredning er et udtryk for den relative nøjagtighed. Spredningen beregnes således:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}}$$

[Jensen, 2002, s. 96]

Hvor  $d_i = \mu - s_i$  er den enkelte afvigelse, og  $n$  er antallet af afvigelser. Ud fra fejlforplantningsloven er den forventede spredning på en afstand ud fra to lige gode punkter:

$$\pm\sqrt{2}\sigma_p$$

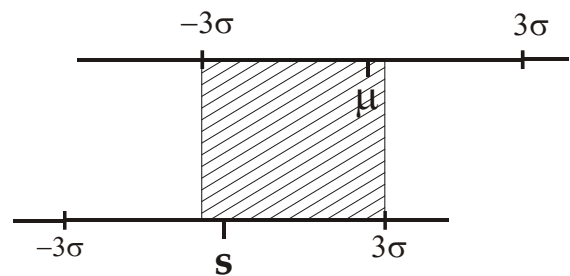
Denne værdi bør ikke overskrides. I *kapitel 8 Måling med laserscanner* beregnes punktspredningen for targets til 4mm. Da dette er den faktiske spredning på targets i målingerne, vælges det at anvende denne værdi ved beregning af fejlgrænser. Derudover bør den enkelte afvigelse ikke overskride en fejlgrænse på:

$$\pm 3\sqrt{2}\sigma_p$$

Spredningerne for afvigelse kan anvendes til at påvise, om målingerne indeholder grove fejl. Dette kontrolleres ved at vurdere grovfejlgrænsen, dvs. intervallet  $\pm 3\sigma$ , for totalstation med det tilsvarende interval for laser-scanning. Intervallet for den sande afstand er  $\pm 3\sigma$  på afstanden beregnet på baggrund af spredningen for kontrolpunkterne:

$$\sigma = \pm\sqrt{\sigma_{P_1}^2 + \sigma_{P_2}^2} = 2,2mm$$

Intervallet for laser-scanning afgøres af den relative nøjagtighed for den enkelte afstand i den enkelte sammenknytning. Hvis der er overlap mellem de to intervaller, indikere dette, at der ingen grove fejl er i målingerne, se Figur 9.3.



Figur 9.3: Viser overlappet mellem de to intervaller for  $\pm 3\sigma$ .  $S$  er den sande afstand. [L10-4, 2005]

### Absolut nøjagtighed

Den absolutte nøjagtighed anvendes til at vurdere sammenknytningernes nøjagtighed i forhold til det lokale koordinatsystem.

For at kunne vurdere den absolutte nøjagtighed skal resultaterne af sammenknytningerne transformeres over i det koordinatsystem, der fastlægges ved den terrestriske måling. Den relative nøjagtighed beregnes før, transformationen til det lokale koordinatsystem foretages, for at undgå transformationens påvirkning på den relative nøjagtighed.

Vurderingen af den absolutte nøjagtighed foregår ved at sammenligne kontrolpunkternes koordinater fra fremskæring med de transformerede koordinater fra laserscanning. Dette gøres ved, at der beregnes en afvigelse i x, y og z for alle punkterne i hvert job. På baggrund af disse afvigelser beregnes en samlet spredning for punkterne i henholdsvis x, y og z. Denne spredning er et udtryk for den absolutte nøjagtighed. Spredningen beregnes efter samme formel, som anvendes under relativ nøjagtighed:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}}$$

[Jensen, 2002, s. 96]

Hvor  $d_i$  er den enkelte afvigelse i henholdsvis x, y eller z. Resultatet af denne spredning bør, som ved den relative nøjagtighed, ikke være større end:

$$\pm\sqrt{2}\sigma_p$$

Der tages udgangspunkt i den beregnede nøjagtighed for targets på 4mm.

Derudover bør den enkelte afvigelse ikke overskride en fejlgrænse på:

$$\pm 3\sqrt{2}\sigma_p$$

Der vurderes ikke på de beskrevne resultater under den enkelte sammenknytning, i stedet er der en sammenfatning for hver af sammenknytningsmetoderne både relativt og absolut.

## 9.1 Punktsky

Der gennemføres fem forskellige sammenknytninger vha. punktskyen, se Figur 9.4.

Metode	Hvad skal undersøges		
Punktsky	Rør og kasser	Opløsning	2cm
			1cm
	Kasser		5mm
	Rør		5mm

Figur 9.4: Viser hvilke sammenknytninger, der skal foretages vha. punktskyen. [L10-4, 2005]

I det følgende gennemgås disse fem sammenknytninger mht. relativ nøjagtighed. Sammenknytning vha. punktskyen vurderes ikke i forhold til den absolutte nøjagtighed, da dette kræver en transformation af punktskyen vha. targets. Da der ikke indgår targets i sammenknytning vha. punktskyen, vil eventuelle fejl på targets få betydning for sammenknytningens absolutte nøjagtighed. Derfor vælges det at undlade at transformere scans sammenknyttet vha. punktskyen.

Hver sammenknytning indeholder et diagram, som viser afvigelserne henholdsvis fra midelværdien for de ni afstande og afvigelserne fra koordinatsættet indmålt med totalstation for de ni kontrolpunkter, samt et skema der beskriver følgende:

- Spredning min. og max.
- Afvigelse min. og max.
- Dårligste job

- Systematisk fejl

De beregnede spredninger for den relative nøjagtighed bør ikke overskride  $\pm\sqrt{2}\sigma_p = \pm 6mm$ . Denne værdi anvendes derfor til vurdering af resultaterne. Derudover bør den enkelte afvigelse ikke overskride en fejlgrænse på  $\pm 3\sqrt{2}\sigma_p = \pm 17mm$ . Nærmere beskrivelse af ovenstående findes i starten af kapitlet.

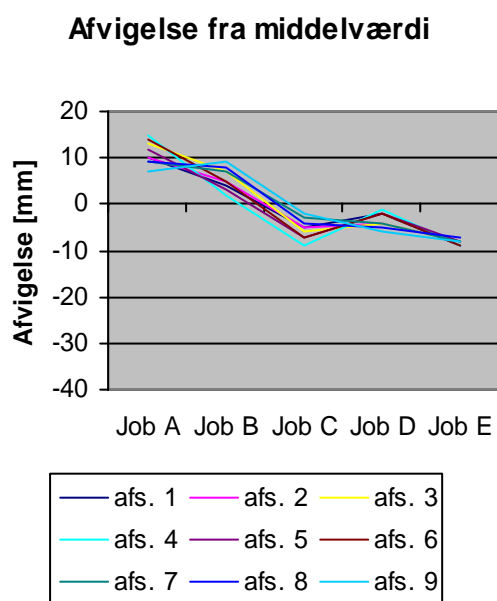
Det vurderes ved hver sammenknytning, om målingerne indeholder grove fejl ved at sammenligne middelværdien  $\pm 3\sigma$  med den sande afstand  $\pm 3\sigma$ . Er der overlap mellem disse, er der ingen grove fejl i målingerne.

### 9.1.1 Relativ nøjagtighed

I det følgende beskrives den relative nøjagtighed for de fem sammenknytninger vha. punktsky ved diagrammer og skemaer. Efterfølgende sammenholdes disse i en sammenfatning.

### 9.1.1.1 Alle objekter 5mm - 1

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C1 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



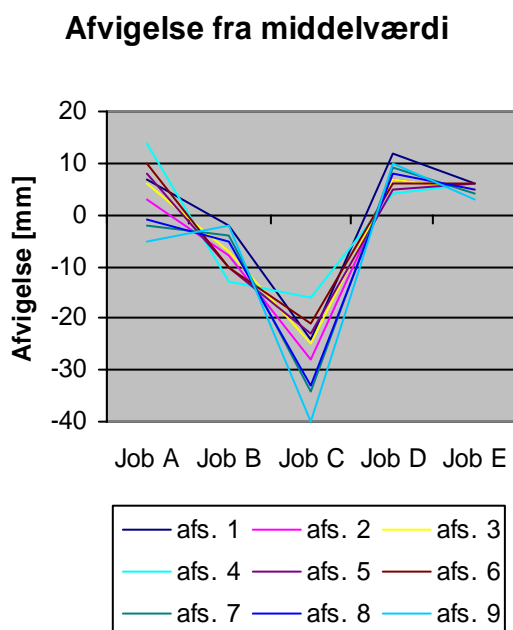
Figur 9.5: Viser afvigelse fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 1. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 1			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
7	9	-9	15
Dårligste job		Systematik	
A		Job A og B har positive afvigelser, Job C - E har negative afvigelser	

Figur 9.6: Sammenfatning for Bilag C1 for sammenknytning 1. [L10-4, 2005]

### 9.1.1.2 Alle objekter 1cm - 2

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C2 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



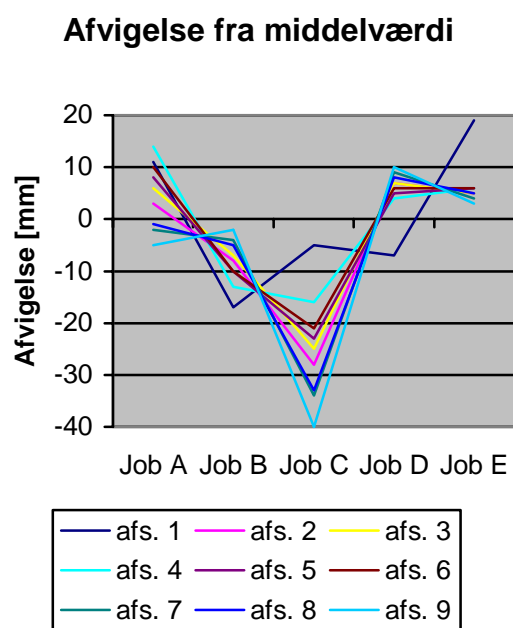
Figur 9.7: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 2. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 2			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
12	19	-40	14
Dårligste job		Systematik	
C		A, nej, B og C er negative, D og E er positive	

Figur 9.8: Sammenfatning for Bilag C2 for sammenknytning 2. [L10-4, 2005]

### 9.1.1.3 Alle objekter 2cm - 3

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C3 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



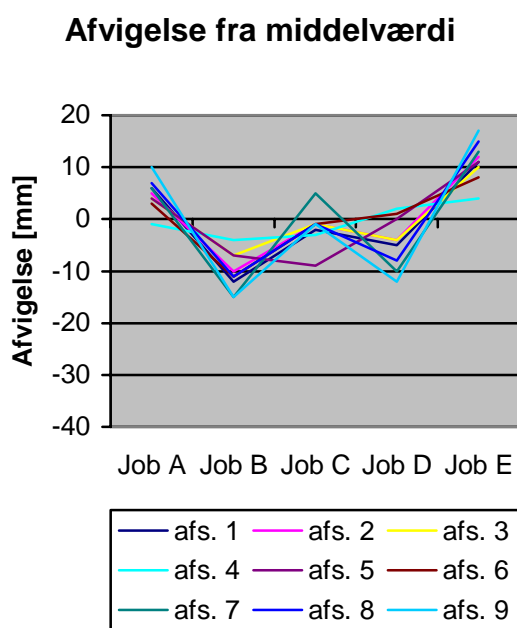
Figur 9.9: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 3. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 3			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
12	19	-40	19
Dårligste job		Systematik	
C		A, nej, B og C er negative, D og E er positive	

Figur 9.10: Sammenfatning for Bilag C3 for sammenknytning 3. [L10-4, 2005]

### 9.1.1.4 Kasser - 4

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C4 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.11: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 4. [L10-4, 2005]

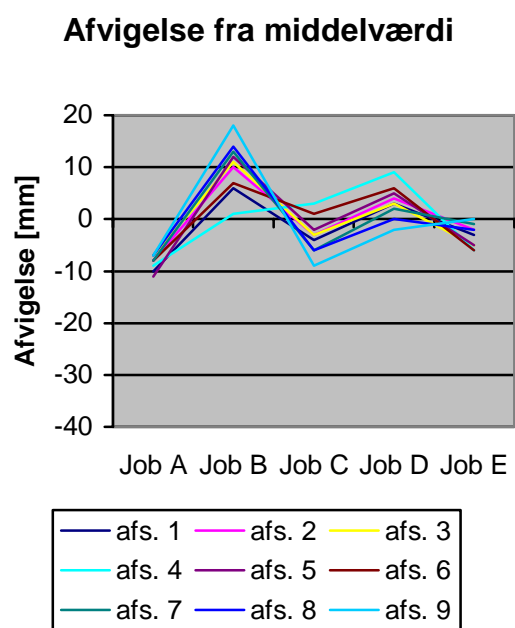
Sammenknytning 4			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	12	-15	17
Dårligste job		Systematik	
E		A og E er positive og B – D er negative	

Figur 9.12: Sammenfatning for Bilag C4 for sammenknytning 4. [L10-4, 2005]



### 9.1.1.5 Rør - 5

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C5 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.13: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 5. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 5			
σ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
6	10	-11	18
Dårligste job		Systematik	
B		A, C og E er negative og B og D er positive	

Figur 9.14: Sammenfatning for Bilag C5 for sammenknytning 5. [L10-4, 2005]

### 9.1.2 Sammenfatning punktsky

I det følgende vurderes de fem sammenknytninger vha. punktsky. De illustreres med diagrammer, som findes i Bilag D1, der beskriver deres indbyrdes forhold, samt afvigelser i forhold til middelværdierne. Alle sammenknytninger er medtaget ved hver afstand. I Figur 9.15 er den gennemsnitlige relative nøjagtighed for de fem sammenknytninger vist.

Punktsky		
Sammenknytning	$\sigma_{\text{relativ}}$ [mm]	$\sigma_{\text{absolut}}$ [mm]
1	7	-
2	14	-
3	14	-
4	9	-
5	7	-

Figur 9.15: Viser den gennemsnitlige relative nøjagtighed for de fem sammenknytninger vha. punktsky. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 5 vha. rør har en bedre nøjagtighed end sammenknytning 4 vha. kasser, se Figur 9.15. Dette kan skyldes 'edge effect', jf. *Appendiks A Teori for laserscanning*, idet kasser-

ne har en skarp defineret kant i modsætning til rørene. Hvis der scannes til kanten af et objekt, kan signalet blive reflekteret fra både objektet og baggrunden. Hvis dette sker, beregner HDS3000 et vægtet gennemsnit for disse to punkter på baggrund af intensiteten af det reflekterede signal, og dette anvendes som det registrerede punkt. Kasserne er 24cm dybe, dvs. at et punkt på kanten af kassen eksempelvis kan registreres som beliggende 12cm fra muren i stedet for de 24cm.

Fejlgrænsen på 6mm overholdes ikke for størstedelen af spredningerne. Sammenknytning 4 og 5 har enkelte spredninger, der kan overholde de 6mm.

Ved at sammenholde intervallet  $\pm 3\sigma$  for middelværdien med intervallet  $\pm 3\sigma$  for den sande afstand, kan det vurderes, om målingerne indeholder grove fejl. Hvis ikke der er overlap mellem de to intervaller, anses målingerne for behæftet med grove fejl. Ved sammenknytning 5 er der i Job A, C og E ikke overlap mellem de to intervaller. Dette kan skyldes, at sammenknytning vha. punktskyen foregår ved, at udpege de samme punkter på de geometriske objekter i de to punktskyer for at sikre en god foreløbig orientering. Ved sammenknytning 5 vha. rørene, er det vanskeligt at udpege de

samme punkter i begge punktskyer, da rørene ikke fremstår ens i begge punktskyer.

Den relative nøjagtighed, der kan opnås ved de forskellige sammenknytninger vha. punktskyen, er forholdsvis ens for punktskyerne, der er scannet med en punkttæthed på 5mm, hvad enten det er med alle objekter, to kasser eller tre rør. Nøjagtigheden for punktskyerne scannet med 1cm og 2cm er dårligere. Dette skyldes sandsynligvis, at færre punkter giver mindre overbestemmelse, og der kan derved opstå fejl i sammenknytningen. Det vurderes dermed, at punkttætheden har indflydelse på nøjagtigheden af sammenknytning vha. punktsky.

Afvigelserne for sammenknytning 1, 4 og en del af 5 kan overholde fejlgrænsen på 17mm. Det er ikke muligt at overholde fejlgrænsen for de øvrige sammenknytninger. Ved sammenknytning 3 skiller afstand 1 sig ud fra de øvrige afstande. Afvigelserne for afstand 1 er mindre end de øvrige afstandes afvigelse ved Job C, mens de ved Job E er større end de øvrige. Det er undersøgt i Cyclone, om der er sket fejl i aflæsning af afstanden, men dette er ikke tilfældet. Så det er ikke umiddelbart muligt at klarlægge, hvad afvigelsen fra de øvrige skyldes.

Ved alle diagrammerne er det sammenknytning 3 – sammenknytning vha. alle objekter 2cm, der afviger mest fra middelværdien. Dette kan skyldes, at der scannes med en lavere punkttæthed ved sammenknytning 3 end ved de øvrige sammenknytninger

Det kan ikke påvises, at antallet af objekter i sammenknytningen har indflydelse, idet sammenknytning vha. tre rør opnår samme nøjagtighed som sammenknytning vha. fem objekter.

Det varierer hvilket job, der er dårligst. Derved har det ikke haft betydning ved Job A, at scanneren måtte genstartes.

Der er en tendens til systematik i alle jobs, dette kan skyldes, at de enkelte scans ikke er sammensat præcist, da det foregår ved udpegning af geometrien i punktskyen. Det er ikke sikkert, at geometrien i de enkelte punktskyer overlapper punkt for punkt, derved kan der opstå unøjagtigheder, pga. det kompromis sammenknytningspunkterne skal indgå.

Det er en fordel, hvis spredningerne indenfor den enkelte sammenknytning er af samme størrelsesorden. Ved sammenknytning 1 ligger

alle spredningerne omkring 7 - 9mm, dette indikerer pålidelighed i resultatet.

## 9.2 Targets

Ved undersøgelsen af targets gennemføres denne med fire forskellige sammenknytninger, se Figur 9.16.

Metode	Hvad skal undersøges		
Targets	Omkring opstillingerne	Antal	5 stk
	Foran opstillingerne		5 stk
	Ved siden af opstillingerne		5 stk
	Bagved opstillingerne		4 stk

Figur 9.16: Viser hvilke sammenknytninger, der foretages vha. targets. [L10-4, 2005]

Det er disse fire sammenknytninger, dette afsnit struktureres efter.

Hver sammenknytning indeholder et diagram, som viser afvigelserne henholdsvis fra midelværdien for de ni afstande og afvigelserne fra koordinatsættet indmålt med totalstation for de ni kontrolpunkter samt et skema, der beskriver følgende:

- Spredning min. og max.
- Afvigelse min. og max.
- Dårligste job
- Systematisk fejl

De beregnede spredninger for den relative og den absolutte nøjagtighed bør ikke overskride fejlgrænsen  $\pm\sqrt{2}\sigma_p = \pm 6\text{mm}$ . Denne værdi anvendes til vurdering af nøjagtigheden. Derudover bør den enkelte afvigelse ikke overskride en fejlgrænse på  $\pm 3\sqrt{2}\sigma_p = \pm 17\text{mm}$ . Nærmere beskrivelse af ovenstående findes i starten af kapitlet.

Afsnittet deles op i:

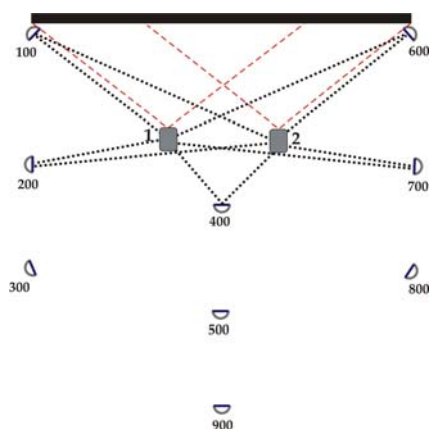
- Relativ nøjagtighed
- Absolut nøjagtighed

### 9.2.1 Relativ nøjagtighed

I det følgende beskrives den relative nøjagtighed for de fire sammenknytninger vha. targets ved diagrammer og skemaer. Efterfølgende sammenholdes disse i en sammenfatning.

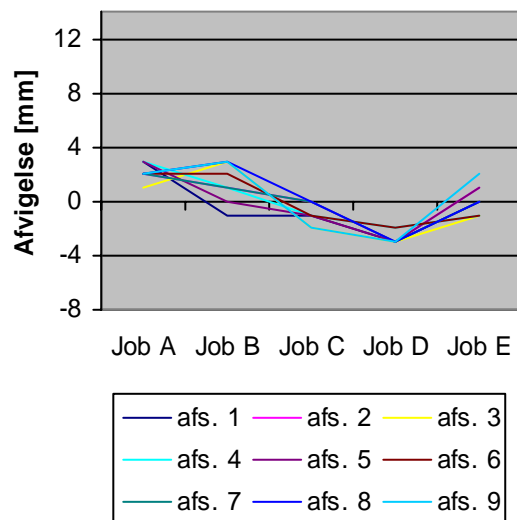
### 9.2.1.1 Omkring opstillinger – 6

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C6 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.17: Viser hvilke targets, der omkranser opstillingerne. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



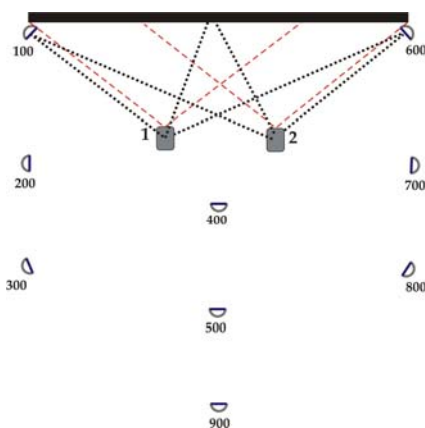
Figur 9.18: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 6. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 6			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	2	-3	3
Dårligste job		Systematik	
A og E		Nej	

Figur 9.19: Sammenfatning for Bilag C6 for sammenknytning 6. [L10-4, 2005]

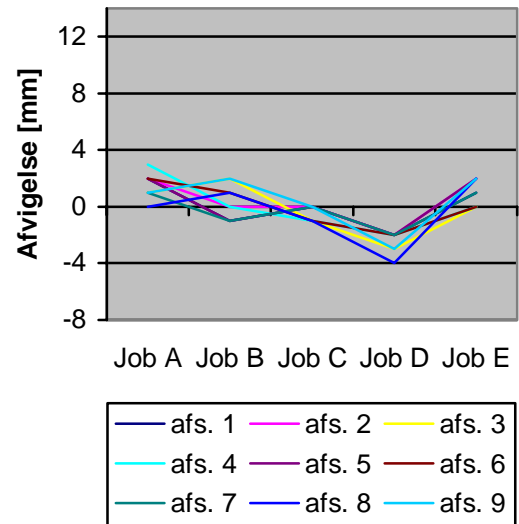
### 9.2.1.2 Foran opstillinger – 7

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C7 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.20: Viser hvordan target er placeret foran opstillingerne. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



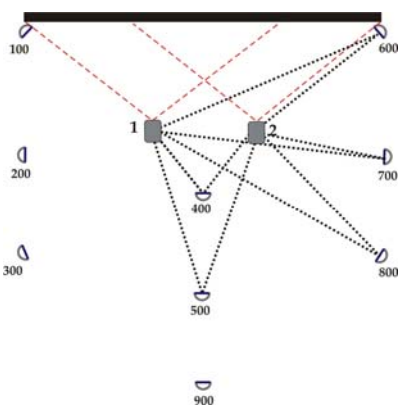
Figur 9.21: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 7. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 7			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
1	2	-4	3
Dårligste job		Systematik	
A og D		Nej	

Figur 9.22: Sammenfatning for Bilag C7 for sammenknytning 7. [L10-4, 2005]

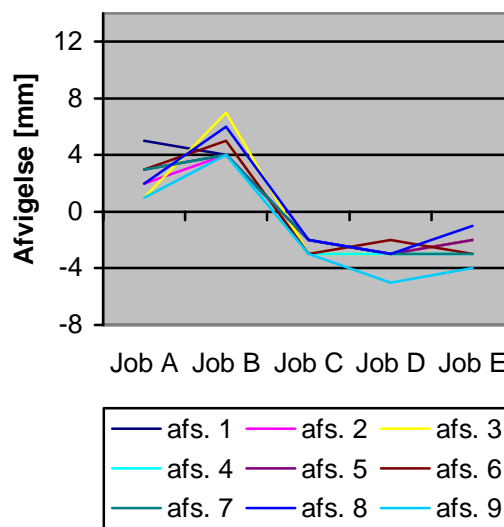
### 9.2.1.3 Ved siden af opstillinger – 8

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C8 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.23: Viser hvordan target er placeret ved siden af opstillingspunkterne. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



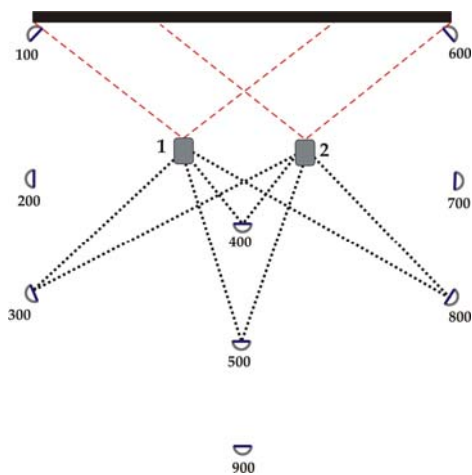
Figur 9.24: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 8. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 8			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	6	-5	12
Dårligste job		Systematik	
B		A og B er positive, C – E er negative	

Figur 9.25: Sammenfatning for Bilag C8 for sammenknytning 8. [L10-4, 2005]

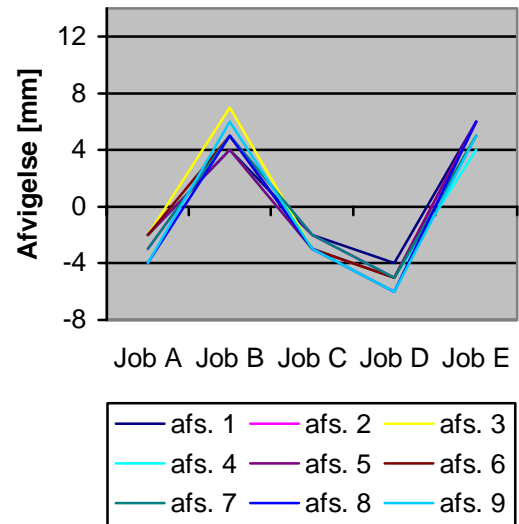
### 9.2.1.4 Bagved opstillinger – 9

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C9 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.26: Viser hvordan target er placeret bagved opstillingerne. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



Figur 9.27: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 9. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 9			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	5	-6	7
Dårligste job		Systematik	
B og E		A, C og D er negative, B og E er positive	

Figur 9.28: Sammenfatning for Bilag C9 for sammenknytning 9. [L10-4, 2005]



### 9.2.2 Sammenfatning relativ

Til vurderingen af hvilken sammenknytning, det kan anbefales at anvende, udarbejdes en række diagrammer, som findes i Bilag D2, der illustrerer forholdene imellem de forskellige sammenknytninger.

Det er muligt for alle sammenknytningerne, at opnå en spredning, der kan overholde fejlgrænsen på 6mm. Det er sammenknytning 6 og 7, der har den mindste spredning på afvigelserne. Dette tyder på, at den relative nøjagtighed bliver bedre ved at placere targets rundt om og foran opstillingspunkterne end ved siden af og bagved.

Ved targets foran opstillingerne får enkelte afstande spredninger på 1mm, mens de øvrige afstande har spredninger på 2mm. Ved targets omkring opstillingerne er spredningen 2mm for alle afstande. De to øvrige metoder til sammenknytning vha. targets opnår en dårligere nøjagtighed. Dette skyldes sandsynligvis, at der opnås en dårligere geometri ved brug af targets bagved og ved siden af opstillingspunkterne.

Afviselserne fra middelværdien for alle sammenknytninger kan overholde fejlgrænsen på 17mm.

Der er en tendens til systematik ved sammenknytning 8 og 9, men ikke ved de to øvrige sammenknytninger. Alle afviselserne er enten positive eller negative indenfor det enkelte job. Systematikken kan skyldes, at geometrien i opstillingerne er dårligere ved targets placeret bagved og ved siden af opstillingspunkter, i forhold til targets placeret omkring eller foran opstillingspunkterne.

Det vurderes, at placering af targets i forhold til det scannede objekt har indflydelse på den relative nøjagtighed ved sammenknytning vha. targets. Samtidig kan geometri mellem targets og opstilling ligeledes have betydning for nøjagtigheden.

For sammenknytning 6 i Job A anvendes der et target mindre end ved de fire øvrige jobs. Dette skyldes en fejlregistrering i forbindelse med scanningen. På baggrund af resultaterne er der ikke noget, der tyder på, at det har haft nogen indflydelse.

### **9.2.3 Absolut nøjagtighed**

I det følgende beskrives den absolutte nøjagtighed for de fire sammenknytninger vha. targetts ved diagrammer og skemaer. Efterfølgende sammenholdes disse i en sammenfatning.

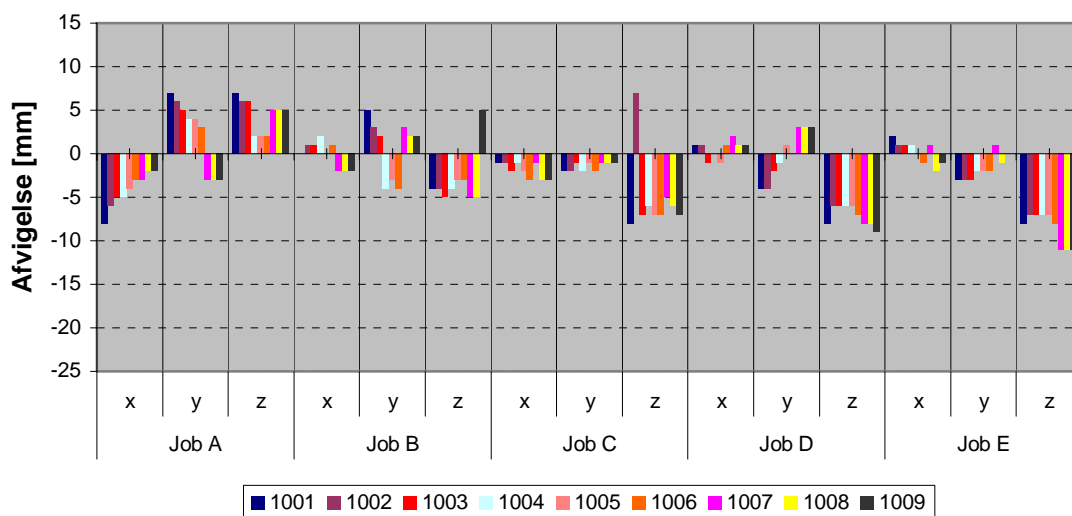
### 9.2.3.1 Omkring opstillinger - 6

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E6 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 6			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	8	-11	8
Dårligste job		Systematik	
A		z er negativ i B – E, positiv i A. C er x, y negativ.	

Figur 9.29: Sammenfatning for Bilag E6 for sammenknytning 6. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.30: Viser afvigelse i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelse først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### Foran opstillinger - 7

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E7 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

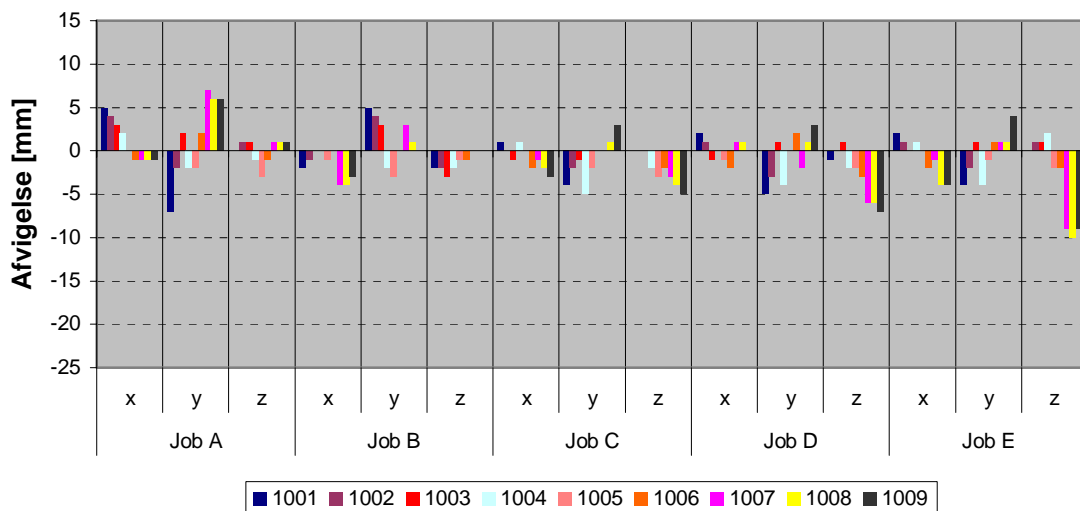
Sammenknytning 7			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
1	6	-10	6

Dårligste job	Systematik
E	B – D har negativ z

Figur 9.31: Sammenfatning for Bilag E7 for sammenknytning 7. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.32: Viser afvigelse i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelse først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

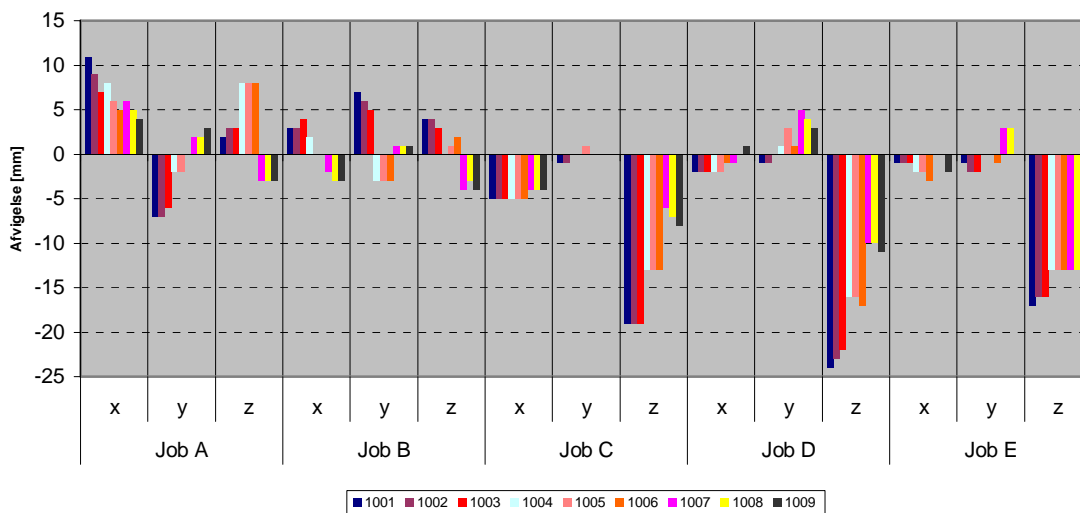
### 9.2.3.2 Ved siden af opstillinger - 8

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag E8i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 8			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
1	16	-23	15
Dårligste job		Systematik	
C, D og E		z er negativ for C – E, x er positiv for A men negativ for C - E	

Figur 9.33: Sammenfatning for Bilag E8 for sammenknytning 8. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.34: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

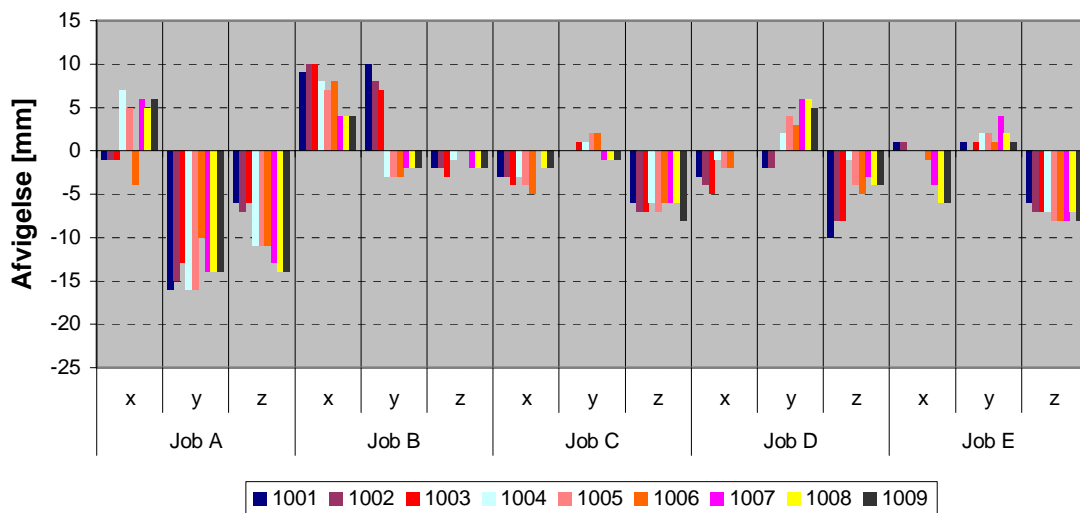
### 9.2.3.3 Bagved opstillinger - 9

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E9 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 9			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
4	8	-16	10
Dårligste job		Systematik	
A		z negativ for alle jobs, C og D er x negativ, A y er negativ	

Figur 9.35: Sammenfatning for Bilag E9 for sammenknytning 6. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.36: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z [L10-4, 2005]

#### 9.2.4 Sammenfatning absolut

Til vurdering af den absolutte nøjagtighed er der udarbejdet en række diagrammer, der illustrerer afvigelse beskrevet under vurderingen af den enkelte sammenknytning. Disse diagrammer findes i Bilag F1.

Spredningerne for de enkelte sammenknytninger overholder alle fejlgrænsen på 6mm. Det er sammenknytning 6 og 7, der opnår den bedste nøjagtighed. Sammenlignes sammenknytning 6 og 7, ses det, at afvigelse fra den sande koordinat generelt er større for sammenknytning 6, dvs. targets placeret omkring opstillingspunkterne. Dette indikerer, at sammenknytning ved at placere targets foran opstillingspunkterne er bedre end omkring. Årsagen hertil kan være, at transformationen af sammenknytningen vha. targets foran anvender fem targets, hvoraf de tre også er kontrolpunkter, der anvendes ved vurderingen af sammenknytningen. Hvis der beregnes en gennemsnitlig spredning for sammenknytning 7, hvor punkt 1004 – 1006 udelades, opnås der en spredning på 6mm. Da, der kun inddrages seks kontrolpunkter, opnås der sandsynligvis samme absolutte nøjagtighed for sammenknytning 6 og 7, hvis der anvendes ni uafhængige kontrolpunkter.

Ved sammenknytning 8 overskrides fejlgrænsen på 17mm for afvigelse i z for Job C og D. De øvrige sammenknytninger overholder alle fejlgrænsen for afvigelse.

Ved sammenknytning 8 og 9 ses der en systematik i afvigelse for z. Disse er alle negative værdier. Det tyder på, at der er nogle forhold ved det enkelte job, der får indflydelse på resultaterne. Systematikken kan skyldes, at geometrien i opstillingerne er dårligere ved targets placeret bagved og ved siden af opstillingspunkter, i forhold til targets placeret omkring eller foran opstillingspunkterne.

#### 9.3 Sammenfatning af targets

Det ses af Figur 9.37, at den bedste opstilling af targets er at placere dem foran opstillingspunkterne, sammenknytning 7, altså så tæt som muligt på det, der skal scannes.

Targets		
Sammenknytning	$\sigma_{\text{relativ}}$ [mm]	$\sigma_{\text{absolut}}$ [mm]
6	2	7
7	2	5
8	4	13
9	4	11

Figur 9.37: Viser den relative og absolutte nøjagtighed for sammenknytningerne vha. targets. Den absolutte nøjagtighed er en gennemsnitlig punktspredning. [L10-4, 2005]

Det ses af Figur 9.37, at det kun er sammenknytning 7, der kan overholde fejlgrænsen på 6mm for spredningen ved den absolutte nøjagtighed. Sammenknytning 6 overskrider fejlgrænsen med 1mm, mens de øvrige sammenknytninger afviger væsentlig, når der beregnes et gennemsnit.

Ved sammenknytning 7 anvendes fem targets til transformationen af punktskyen til det lokale koordinatsystem. Tre af disse targets er kontrolpunkter, og er derfor en del af vurderingen af den absolutte nøjagtighed for denne sammenknytning. Årsagen til den bedre nøjagtighed kan skyldes, at der er afhængighed mellem sammenknytningen og kontrolpunkterne.

Hvis nøjagtigheden for sammenknytning 7 regnes uden de tre kontrolpunkter, opnås en nøjagtighed på 6mm. Det vurderes derfor at der ikke er forskel i nøjagtigheden mellem sammenknytning 6 og 7.

Fordelen ved sammenknytning 6 er, at det ikke er nødvendigt at skulle i nærheden af det objekt, der skal scannes. Targets kan placeres, hvor det er muligt.

Det er en fordel, hvis spredningerne indenfor den enkelte sammenknytning er af samme størrelsesorden. Ved sammenknytning 6 og 7 ligger alle spredningerne omkring 2mm, dette indikerer pålidelighed i resultatet.

Det varierer hvilket job, der er dårligst. Derved har det ikke haft betydning ved Job A, at scanneren måtte genstartes.

Der er ikke umiddelbart systematik i forbindelse med den relative nøjagtighed, mens der for den absolutte nøjagtighed er en tendens til systematik i sammenknytning 8 og 9, hovedsageligt i z.

Ved brug af targets ved sammenknytningen vurderes det at være vigtigt med god geometri i opstillingerne. Endvidere er placeringen af



targets også vigtig i forhold til nøjagtigheden. Det er bedst at placere targets omkring eller foran opstillingerne.

## 9.4 Udgangssigter

Der gennemføres seks forskellige sammenknytninger ved sammenknytning vha. udgangssigter, se Figur 9.38. I det følgende beskrives disse mht. relativ og absolut nøjagtighed.

Metode	Hvad skal undersøges	
Udgangssigte	Langt	75m
	Kort	25m
	Mellemlangt	50m
	Sigte til opstillingspunkt	10m
	Vinkelret i forhold scanningsobjekt	20m
	Punkt på scanningsobjekt	15m

Figur 9.38: Viser hvilke sammenknytninger vha. udgangssigte, der skal foretages. [L10-4, 2005]

Hver sammenknytning indeholder et diagram, som viser afvigelserne henholdsvis fra midelværdien for de ni afstande og afvigelserne fra koordinatsættet indmålt med totalstation for de ni kontrolpunkter samt et skema, der beskriver følgende:

- Spredning min. og max.
- Afvigelse min. og max.
- Dårligste job

- Systematisk fejl

De beregnede spredninger for den relative og den absolutte nøjagtighed bør ikke overskride  $\pm\sqrt{2}\sigma_p = \pm 6mm$ . Denne værdi anvendes derfor til vurdering af resultaterne. Derudover bør den enkelte afvigelse ikke overskride en fejlgrænse på  $\pm 3\sqrt{2}\sigma_p = \pm 17mm$ . Nærmere beskrivelse af ovenstående findes i starten af kapitlet.

Afsnittet deles op i:

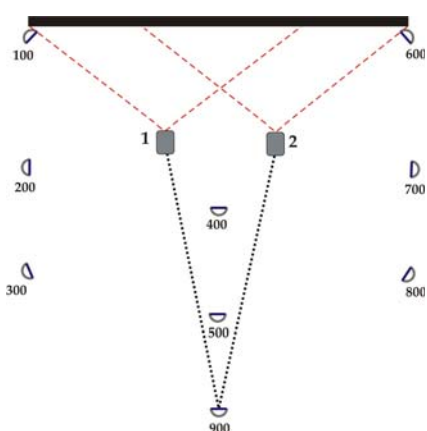
- Relativ nøjagtighed
- Absolut nøjagtighed

### 9.4.1 Relativ nøjagtighed

I det følgende beskrives den relative nøjagtighed for de seks sammenknytninger vha. udgangssigter ved diagrammer og skemaer. Efterfølgende sammenholdes disse i en sammenfatning.

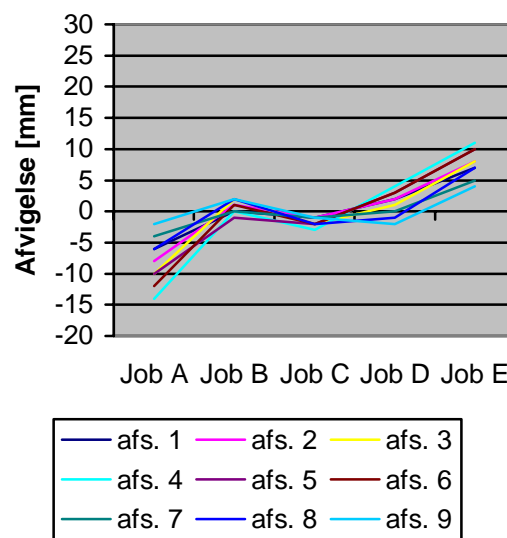
### 9.4.1.1 Langt udgangssigte - 10

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C10 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.39: Viser hvilket punkt, der anvendes som langt udgangssigte. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



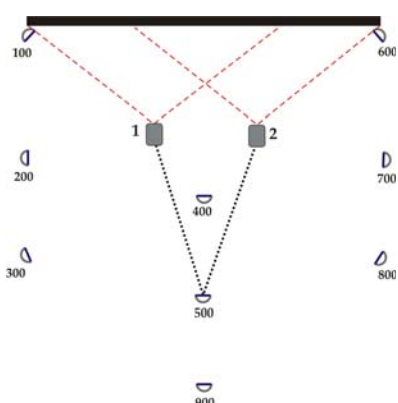
Figur 9.40: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 10. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 10			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	8	-14	11
Dårligste job		Systematik	
A og E		A er negativ, E er positiv	

Figur 9.41: Sammenfatning for Bilag C10 for sammenknytning 10. [L10-4, 2005]

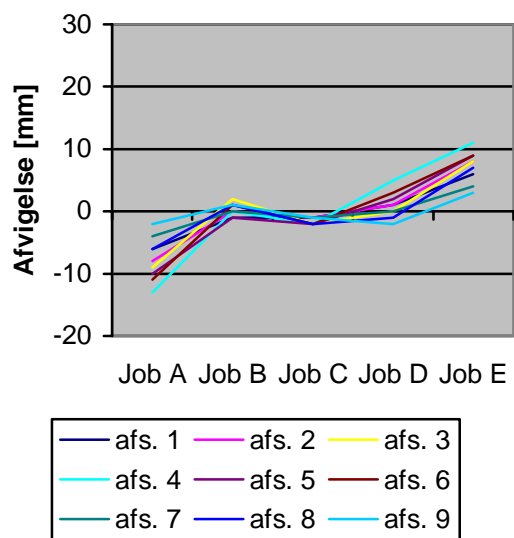
### 9.4.1.2 Mellemlangt udgangssigte - 11

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C11 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.42: Viser hvilket punkt, der anvendes som mellemlangt udgangssigte. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



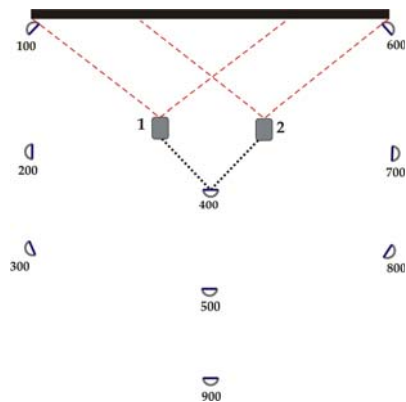
Figur 9.43: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 11. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 11			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	8	-13	11
Dårligste job		Systematik	
A og E		A er negativ, E er positiv	

Figur 9.44: Sammenfatning for Bilag C11 for sammenknytning 11. [L10-4, 2005]

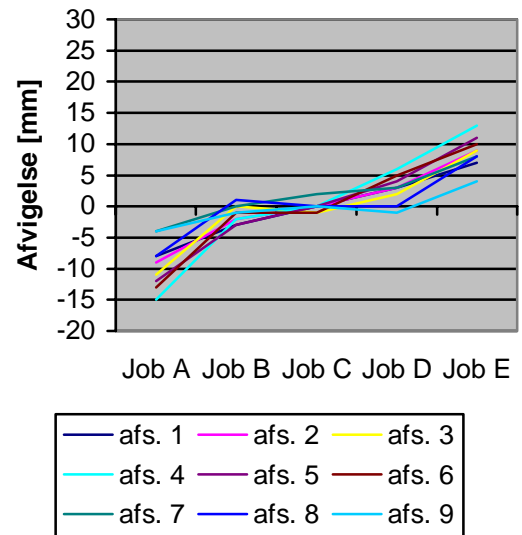
### 9.4.1.3 Kort udgangssigte - 12

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C12 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.45: Viser hvilket punkt, der anvendes som kort udgangssigte. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



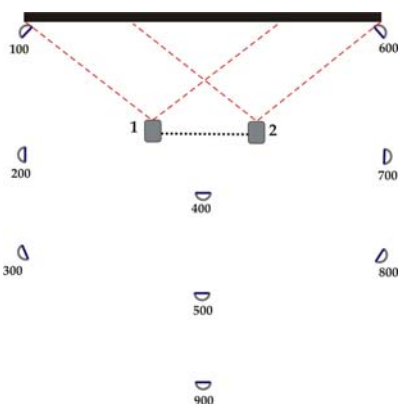
Figur 9.46: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 12. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 12			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	9	-15	13
Dårligste job		Systematik	
A og E		A er negativ, E er positiv	

Figur 9.47: Sammenfatning for Bilag C12 for sammenknytning 12. [L10-4, 2005]

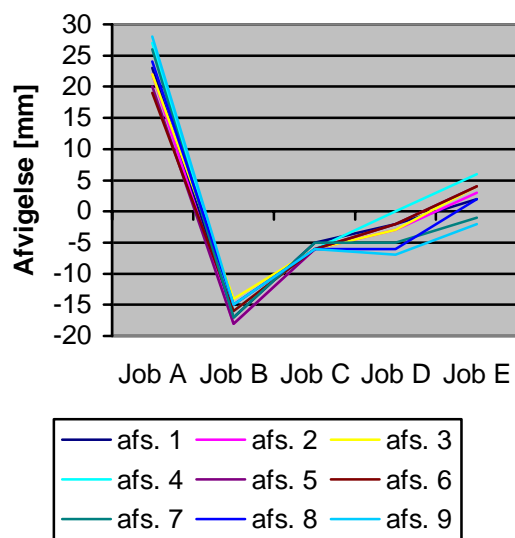
### 9.4.1.4 Opstillingspunkt - 13

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C13 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.48: Viser hvilket punkt, der anvendes som udgangssigte til opstillingspunkt. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



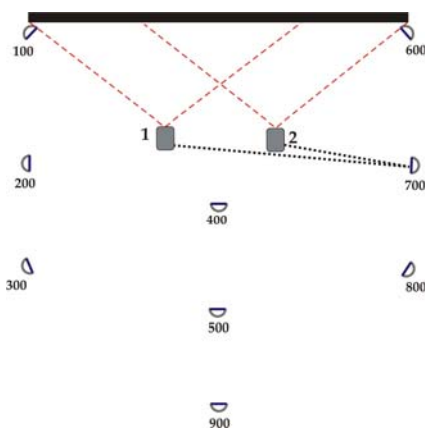
Figur 9.49: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 13. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 13			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
12	15	-18	27
Dårligste job		Systematik	
A		A er positiv, B – D er negativ	

Figur 9.50: Sammenfatning for Bilag C13 for sammenknytning 13. [L10-4, 2005]

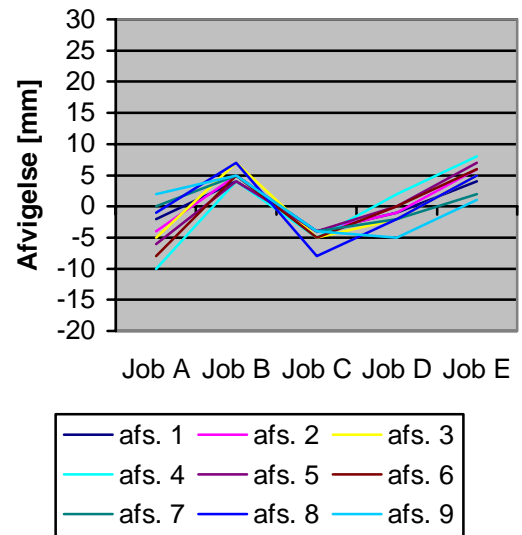
### 9.4.1.5 Udgangssigte ved siden - 14

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag C14 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.51: Viser hvilket punkt, der anvendes som udgangssigte ved siden af opstillingspunkterne. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



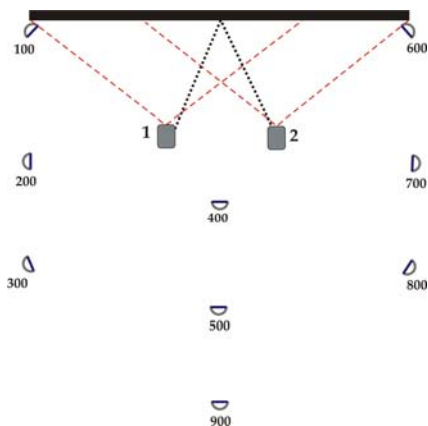
Figur 9.52: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 14. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 14			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	6	-10	8
Dårligste job		Systematik	
A og E		A og C er negative, B og E er positive	

Figur 9.53: Sammenfatning for Bilag C14 for sammenknytning 14. [L10-4, 2005]

### 9.4.1.6 Udgangssigte på muren - 15

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag C15 et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.



Figur 9.54: Viser hvilket punkt, der anvendes som udgangssigte på muren. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra middelværdi



Figur 9.55: Viser afvigelserne fra middelværdien for de ni målte afstande for sammenknytning 15. [L10-4, 2005]

Sammenknytning 15			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	7	-9	9
Dårligste job		Systematik	
A og E		A og B er negative, C - E er positive	

Figur 9.56: Sammenfatning for Bilag C15 for sammenknytning 15. [L10-4, 2005]

### 9.4.2 Sammenfatning relativ

I det følgende sammenfattes de seks sammenknytninger for udgangssigter. De beskrives ved diagrammer, som findes i Bilag D3, således deres indbyrdes forhold, samt afvigelser i forhold til middelværdien for kontrolafstandene illustreres.

Den relative nøjagtighed for fem af sammenknytningerne vha. udgangssigter ligger mellem 4 og 6mm. Det er sammenknytning 13 vha. udgangssigte til det modsatte opstillingspunkt, der opnår den dårligste nøjagtighed. Dette kan skyldes den korte afstand mellem opstillingspunkterne, 10m. Ved terrestrisk måling skal udgangssigtet være langt, gerne længere end de øvrige sigter i opmålingen. I situationen med udgangssigte til opstillingspunkt, er dette den korteste afstand, der scannes ved undersøgelsen.

Der er systematik i alle sammenknytninger. Sammenlignes diagrammerne for de enkelte sammenknytninger, ses det, at kurven er ens for alle sammenknytninger på nær sammenknytning 13. Job C, D og E ved sammenknytning 13 følger samme mønstre som de øvrige sammenknytninger, mens Job A og B afviger betydeligt.

Dette indikerer, at der kan være sket en fejl i forbindelse med centreringen af target og scanner. Disse tvangscentreres ikke som de øvrige targets, da det er nødvendigt at flytte scanner og target ved de enkelte jobs. Årsagen til, at dette ikke er gældende for Job C, D og E, er, at disse jobs blev målt dagen efter A og B. Hvis der regnes en spredning for den relative nøjagtighed for sammenknytning 13 uden Job A og B, opnås der en spredning på 5mm, som svarer til den relative nøjagtighed for de øvrige sammenknytninger. Derved vurderes det, at længden af udgangssigte ikke har betydning for nøjagtigheden af sammenknytningen. Dog er det altid en fordel at have lange udgangssigter, da betydningen af centreringen derved mindskes.

Placeringen af udgangssigtet har ikke indflydelse på nøjagtigheden, idet udgangssigtet placeret ved siden af opstillingerne opnår samme nøjagtighed, som de øvrige metoder.

### 9.4.3 Absolut nøjagtighed

I det følgende beskrives den absolutte nøjagtighed for de seks sammenknytninger vha. udgangssigter ved diagrammer og skemaer. Efterfølgende sammenholdes disse i en sammenfatning.



I det følgende beskrives punkterne 1004 – 1006 med to sæt koordinater, idet de optræder i punktskyen med to punkter. Dette sker ved sammenknytning vha. udgangssigter, da det ikke er en egentlig sammenknytning, jf. *kapitel 8 Måling med laserscanner*. Punktskyerne er allerede orienteret i forhold til koordinatsystemet, derfor er det ikke muligt at vurdere hvilket af koordinatsættene, der er det rigtige og hvilket, der er det forkerte. På den baggrund vælges det at medtage begge koordinatsæt for hvert af punkterne 1004 - 1006. For disse punkter beregnes der en spredning på baggrund af samtlige afvigelser til ét punkt.

Ved beregningen af den absolutte nøjagtighed opdages det, at nøjagtigheden er markant dårligere end ved sammenknytning vha. targets, og især i højden. Det vælges derfor at se nærmere på, hvor dårligt det er, og hvad der har indflydelse på den ringere nøjagtighed. Afsnittet om den absolutte nøjagtighed for udgangssigter deles derfor op i følgende:

- Vipning - ikke korrigeret
- Vipning - korrigeret

#### **9.4.4 Vipning - ikke korrigeret**

Sammenknytningerne vha. udgangssigter er vipet i forhold til det lokale koordinatsystem. I det følgende gennemgås sammenknytningerne med data, som ikke er korrigeret for vipningen, sådan det klarlægges hvilken betydning, denne vipning har på resultaterne.

### 9.4.4.1 Langt udgangssigte - 10

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E10 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

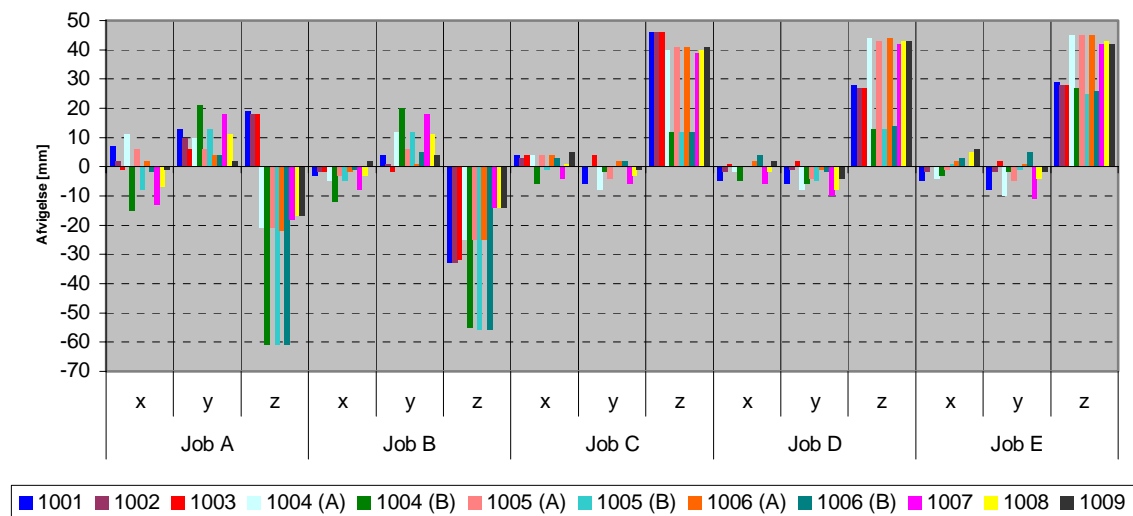
Sammenknytning 10			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	38	-61	45

Dårligste job	Systematik
A	A og B er negative for z, C – E er positive for z

Figur 9.57: Sammenfatning for Bilag E10 for sammenknytning 10. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.58: Viser afvigelse i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

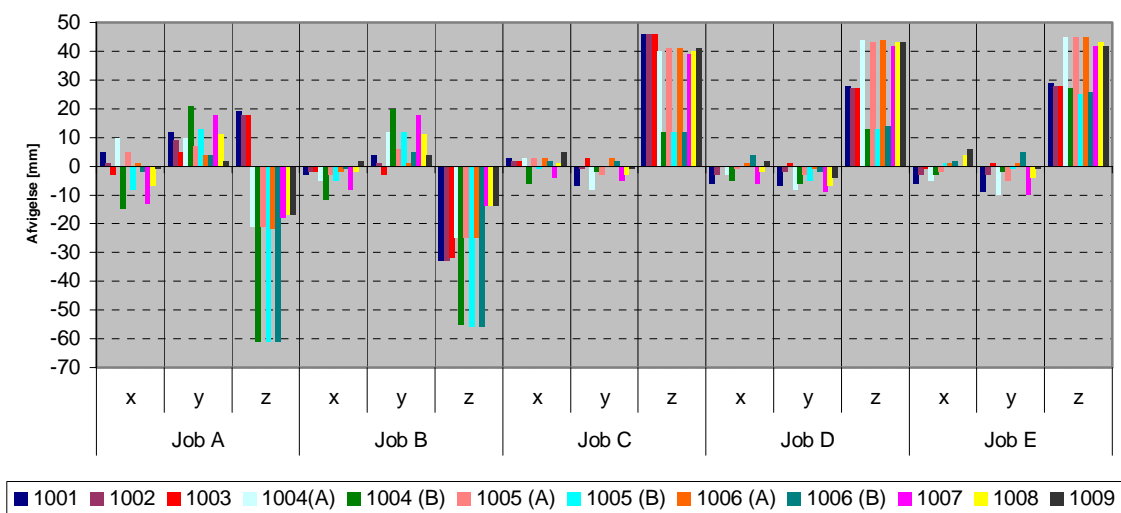
### 9.4.4.2 Mellemlangt udgangssigte - 11

Data, som danner baggrund for figurerne i afsnittet, findes i Bilag E11 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 11			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	38	-61	46
Dårligste job		Systematik	
A		A og B er negative for z, C – E er positive for z	

Figur 9.59: Sammenfatning for Bilag E11 for sammenknytning 11. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.60: Viser afvigelse i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelse først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.4.3 Kort udgangssigte - 12

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E12 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

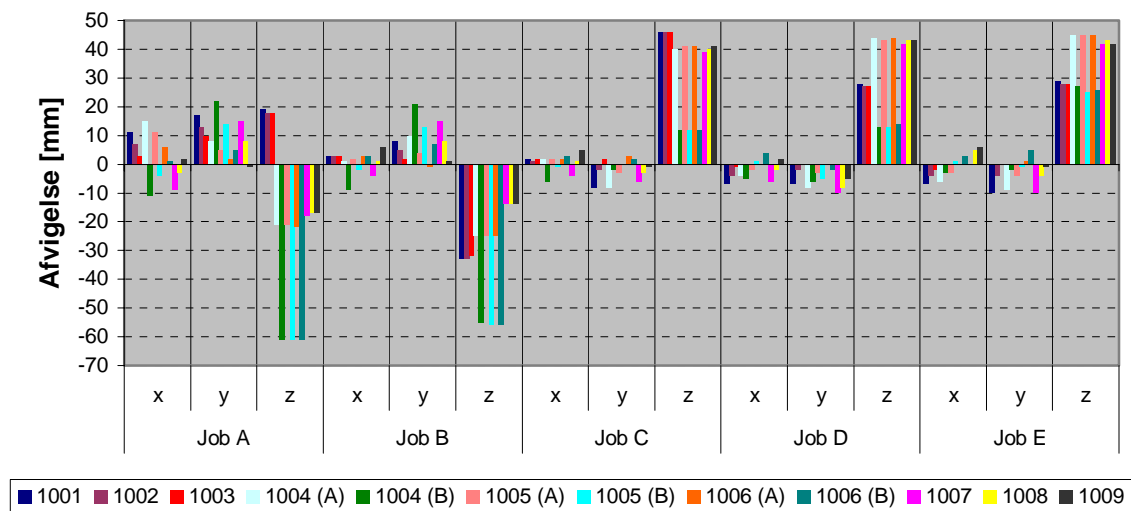
Sammenknytning 12			
$\sigma$ [mm]		Afgivelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	38	-61	46

Dårligste job	Systematik
A	A og B er negative for z, C – E er positiv for z

Figur 9.61: Sammenfatning for Bilag E12 for sammenknytning 12. [L10-4, 2005]

### Afgivelse fra kontrolpunkter



Figur 9.62: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

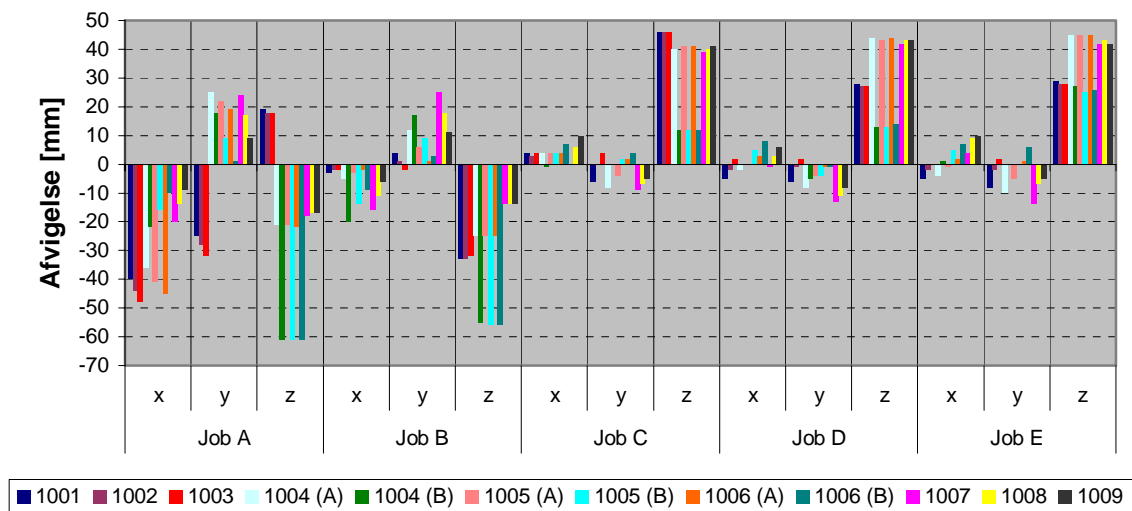
### 9.4.4.4 Opstillingspunkt - 13

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E13 i et skema med afvigelseerne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 13			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
7	38	-61	46
Dårligste job		Systematik	
A		A og B er negative for z, C – E er positiv for z, samt x for A	

Figur 9.63: Sammenfatning for Bilag E13 for sammenknytning 13. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.64: Viser afvigelseerne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelseerne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.4.5 Udgangssigte ved siden - 14

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E14 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

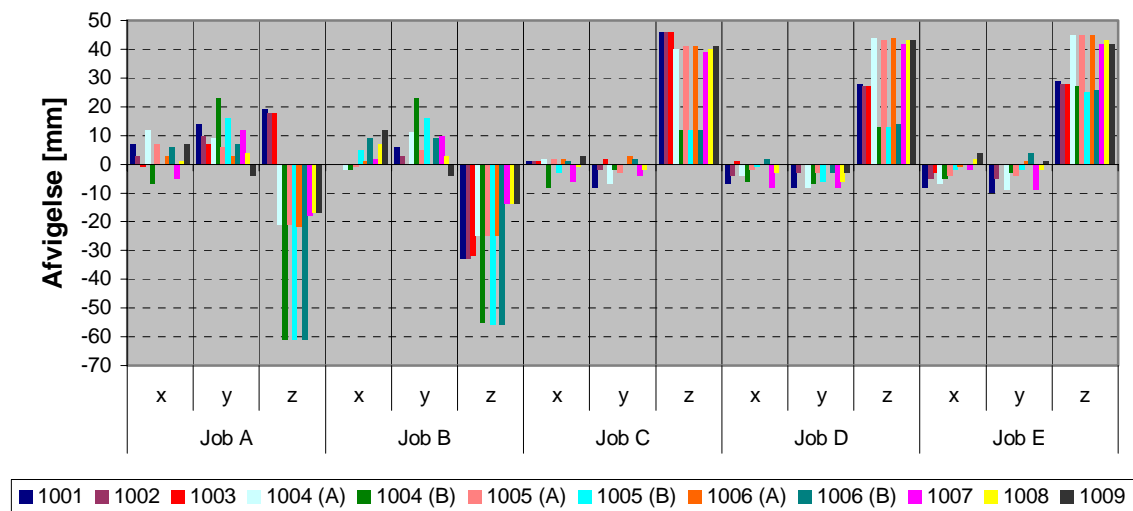
Sammenknytning 14			
$\sigma$ [mm]		Afgivelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	38	-61	46

Dårligste job	Systematik
A	A og B er negative for z, C – E er positiv for z

Figur 9.65: Sammenfatning for Bilag E14 for sammenknytning 14. [L10-4, 2005]

### Afgivelse fra kontrolpunkter



Figur 9.66: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.4.6 Udgangssigte på muren - 15

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag E15 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

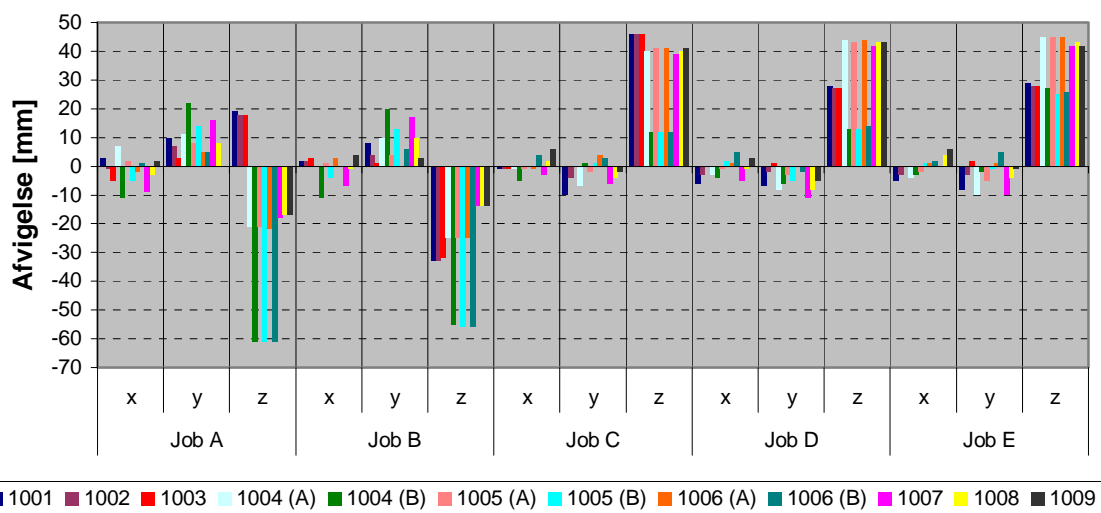
Sammenknytning 15			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	38	-61	46

Dårligste job	Systematik
A	A og B er negative for z, C – E er positiv for z

Figur 9.67: Sammenfatning for Bilag E15 for sammenknytning 15. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.68: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

#### 9.4.5 Sammenfatning absolut – ikke korrigeret

I bilag F2 findes en række diagrammer, som viser de forskellige sammenknytninger i forhold til hinanden mht. afvigelserne fra kontrolpunkterne. Der konstateres en systematisk afvigelse i z. Enten er afvigelserne negative eller positive indenfor det enkelte job. Samtidig er afvigelserne af samme størrelsesorden for alle jobs i alle sammenknytningerne og ligger omkring 4 - 6cm.

Det undersøges, om afvigelserne kan skyldes en vipning af det enkelte scan. Dette gøres ved at sammenligne koordinater i Cyclone med koordinater bestemt ved indmåling med totalstation. I Cyclone ligger alle punkterne bagved scanneren enten lavere eller højere end punkterne foran scanneren. Det ses herved, at der er en vipning af koordinatsystemet. Denne vipning er ikke den samme for alle jobs, da scanneren flyttes mellem de enkelte jobs.

Selvom det på baggrund af graferne ser ud til kun at være i z-retningen, der er sket en vipning, kan det ikke udelukkes, at det er hele koordinatsystemet, der er vippet. Derfor beregnes en korrektion for vipningen i både x, y og z-retningen. Derefter skal data til beregning af den absolutte nøjagtighed korrigeres. Kor-

reaktionen er i størrelsesordenen af 0,2gon. Nærmere beskrivelse af beregningen af vipningen findes i Bilag A.

#### 9.4.6 Vipning - korrigeret

I det følgende beskrives sammenknytningerne vha. udgangssigte igen, denne gang er der korrigeret for vipningen af scanneren.



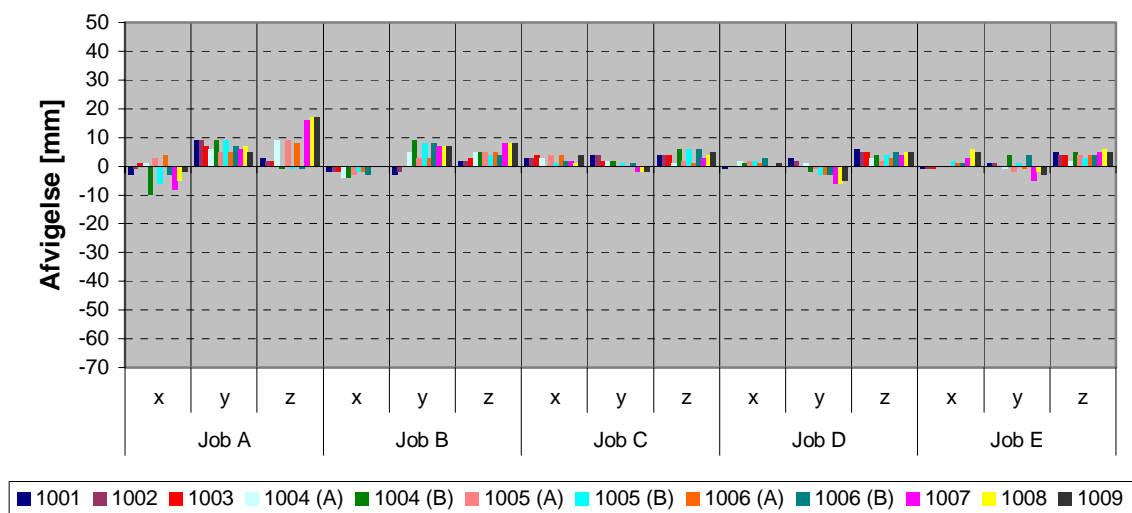
### 9.4.6.1 Langt udgangssigte - 10

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag G10 i et skema med afvigelse samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 10			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	9	-10	17
Dårligste job		Systematik	
A		Positiv z for alle jobs, C og D har x positiv, A og B har positiv y	

Figur 9.69: Sammenfatning for Bilag G10 for sammenknytning 10. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.70: Viser afvigelse i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelse først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.6.2 Mellemlangt udgangssigte - 11

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag G11 i et skema med afvigelseerne samt tilhørende spredninger.

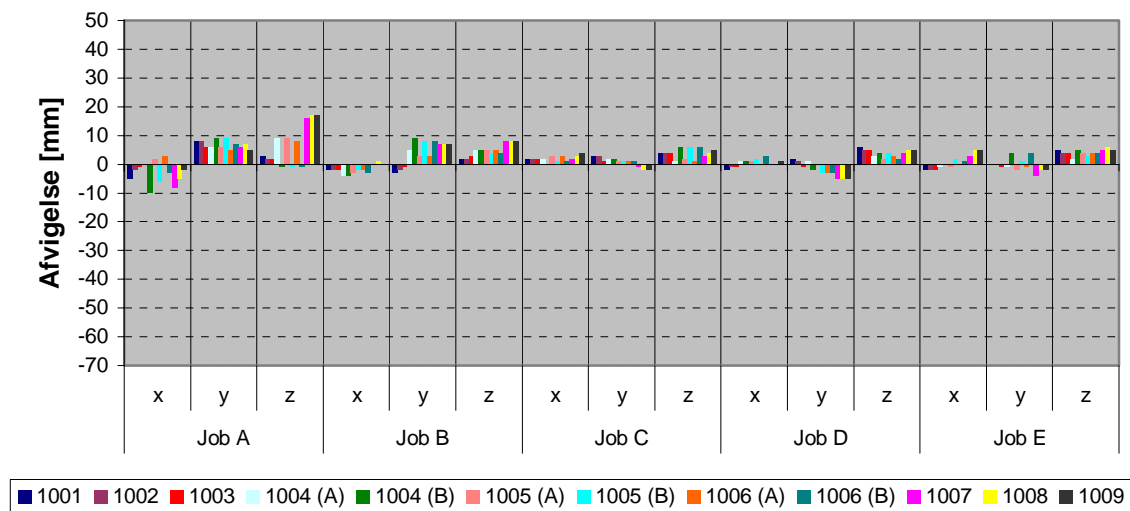
Sammenknytning 11			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	9	-10	17

Dårligste job	Systematik
A	Positiv z for alle jobs, x positiv for C, y positiv for A og B

Figur 9.71: Sammenfatning for Bilag G11 for sammenknytning 11. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.72: Viser afvigelseerne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelseerne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

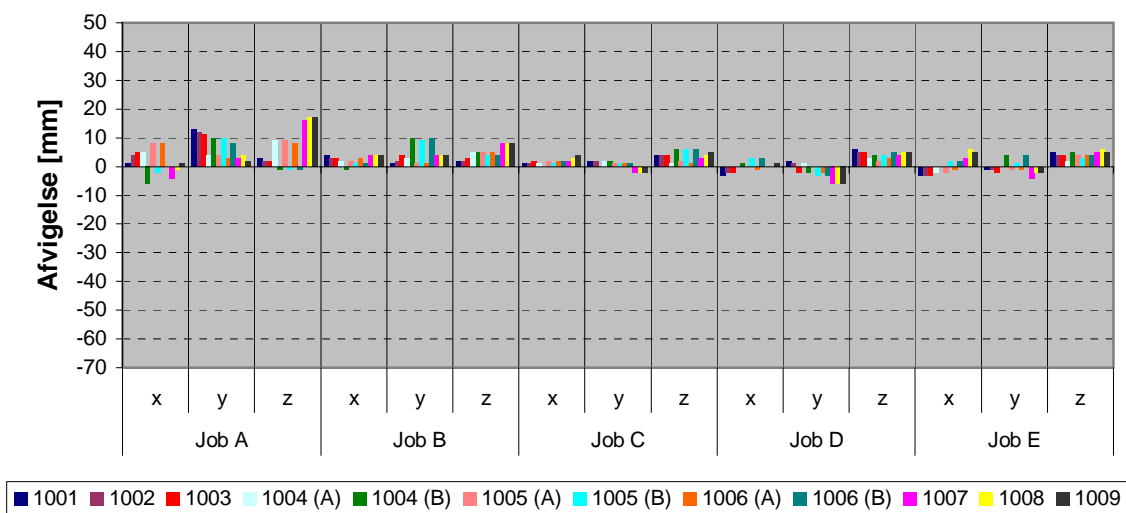
### 9.4.6.3 Kort udgangssigte - 12

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag G12 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 12			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
3	9	-10	17
Dårligste job		Systematik	
A		z positiv for alle jobs, B og C er også positiv i x og y	

Figur 9.73: Sammenfatning for Bilag G12 for sammenknytning 12. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Fi-

gur 9.74: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.6.4 Opstillingspunkt - 13

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag G13 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

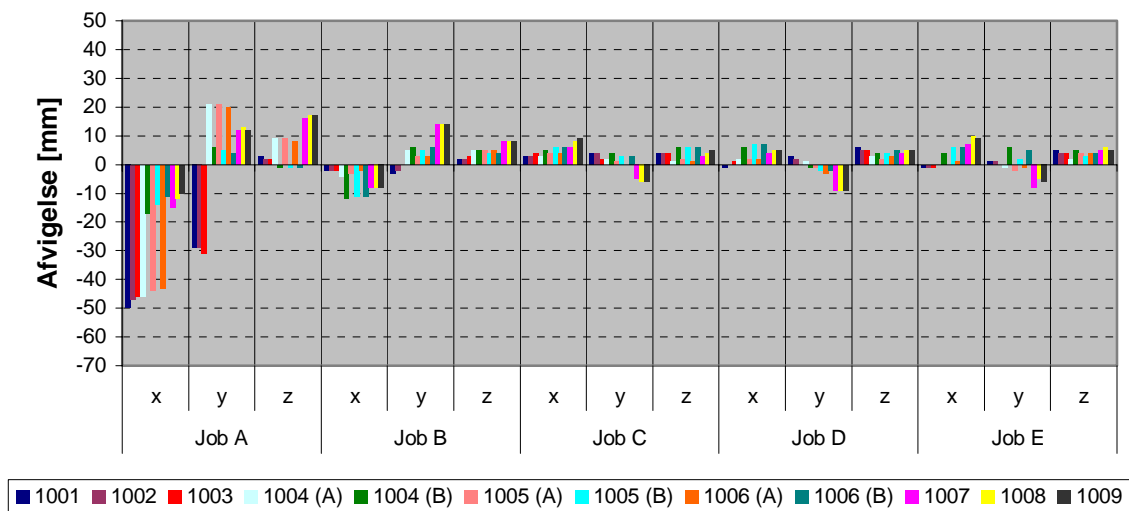
Sammenknytning 13			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
4	22	-50	21

Dårligste job	Systematik
A	Positiv z for alle jobs, A og B er negativ i x

Figur 9.75: Sammenfatning for Bilag G13 for sammenknytning 13. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.76: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

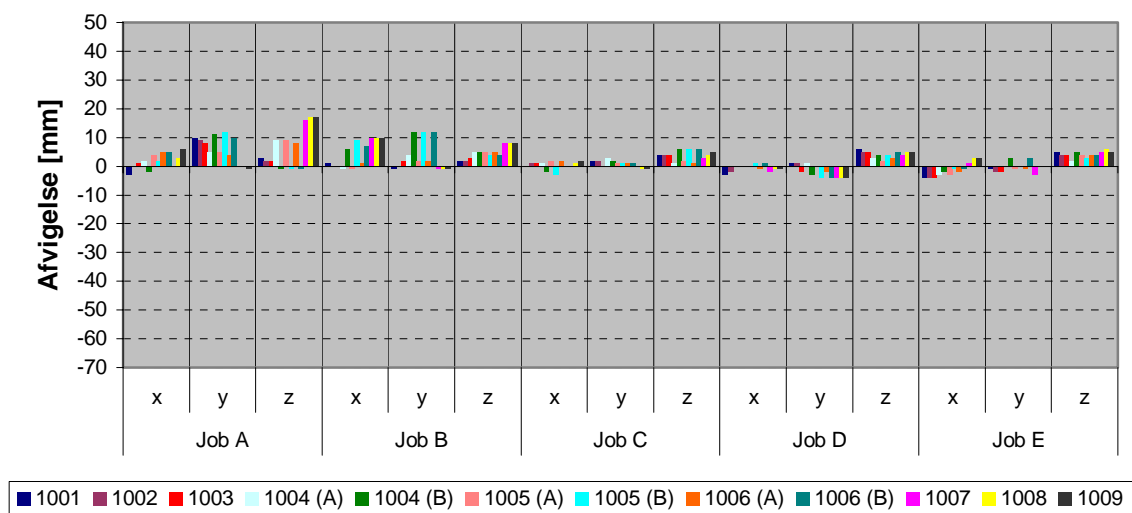
### 9.4.6.5 Udgangssigte ved siden - 14

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag G14 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

Sammenknytning 14			
$\sigma$ [mm]		Afvigelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	9	-4	17
Dårligste job		Systematik	
A		z positiv for alle jobs, A – C er også positiv i x og y	

Figur 9.77: Sammenfatning for Bilag G14 for sammenknytning 14. [L10-4, 2005]

### Afvigelse fra kontrolpunkter



Figur 9.78: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.6.6 Udgangssigte på muren - 15

Data, som danner baggrund for figurene i afsnittet, findes i Bilag G15 i et skema med afvigelserne samt tilhørende spredninger.

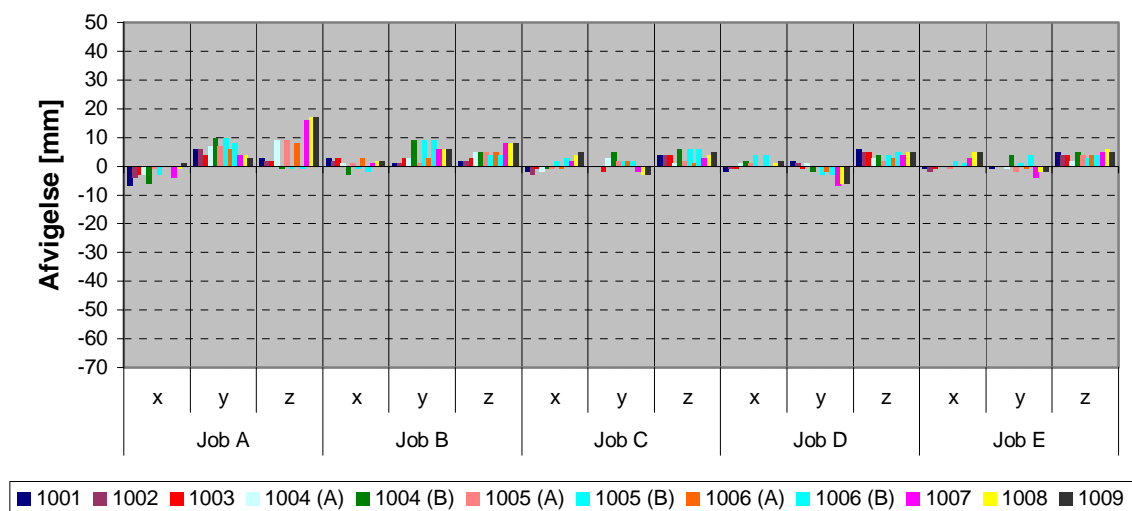
Sammenknytning 15			
$\sigma$ [mm]		Afgivelse [mm]	
Min.	Max.	Min.	Max.
2	9	-7	17

Dårligste job	Systematik
A	Positiv z for alle jobs, y positiv for A og B

Figur 9.79: Sammenfatning for Bilag G15 for sammenknytning 15. [L10-4, 2005]

### Afgivelse fra kontrolpunkter



Figur 9.80: Viser afvigelserne i koordinaterne i forhold til kontrolpunkters koordinater. Ved hvert job er alle punkter vist med både en afvigelse i x, y og z. Indenfor hvert job vises afvigelserne først i x for alle ni punkter, derefter for y og til sidst z. [L10-4, 2005]

### 9.4.7 Sammenfatning absolut - korrigeret

Diagrammer, som illustrerer sammenknytningernes indbyrdes forhold, samt afvigelser i forhold til kontrolpunkternes koordinater, er at finde i Bilag F4.

Spredningerne for fem af sammenknytningerne ligger mellem 2 - 9mm, mens den for sammenknytning 13 ligger mellem 4 - 22mm. Det er derved ikke muligt at overholde fejlgrænsen på 6mm for alle jobs.

Det er muligt at overholde fejlgrænsen på 17mm for alle sammenknytninger, med undtagelse af sammenknytning 13. Det er hovedsageligt Job A og B ved sammenknytning 13, der har store afvigelser, derfor regnes den absolutte nøjagtighed uden disse, hvorved der opnås en spredning på 8mm. Det ses dermed, at der må være sket en fejl undervejs i målingerne af Job A og B. En fejl ved centreringen af instrumentet eller det target, der placeres i udgangssigtepunktet, kan være skyld i den dårlige nøjagtighed for sammenknytning 13. Det er kun ved udgangssigte til opstillingspunkt, at target ikke er tvangscentreret under hele måleforløbet, da der skiftes mellem opstil-

ling af target og scanner i de to opstillingspunkter.

Det er pga. af udgangssigtes længde, at centreringen får betydning for nøjagtighed ved sammenknytning 13. Havde udgangssigtet været længere vil påvirkningen fra en dårlig centrering være mindre.

Næsten alle afvigelser er positive for samtlige sammenknytninger. Dette indikerer, at der kan være korrigeret for meget i forhold til vipningen. Ved beregning af vipningen er der ikke taget højde for usikkerheden på de punkter, vipningen beregnes på grundlag af. I korrektionen af vipningen er det vanskeligt at tage højde for denne usikkerhed, idet det ikke vides i hvilken retning, den har indflydelse.

Det er valgt at foretage sammenknytning med et langt udgangssigte på 75m. Ifølge specifikationerne til HDS3000 kan den specificerede nøjagtighed på 6mm for enkeltpunkter overholdes op til 50 fra scanneren. Hvis spredningerne for denne sammenknytning sammenlignes med de øvrige sammenknytninger, ses det, at nøjagtigheden ikke er afhængig af afstanden.

## 9.5 Sammenfatning udgangssigte

Sammenknytningerne opnår alle næsten samme nøjagtighed med undtagelse af sammenknytning 13, jf. Figur 9.81. Der tages udgangspunkt i resultaterne, hvor der er korrigeret for vipningen.

Udgangssigte		
Sammenknytning	$\sigma_{\text{relativ}}$ [mm]	$\sigma_{\text{absolut}}$ [mm]
10	5	8
11	5	8
12	6	9
13	13	20
14	4	8
15	4	8

Figur 9.81: Vise den relative og absolutte nøjagtighed for sammenknytning vha. udgangssigte. [L10-4, 2005]

Job A og B har i sammenknytning 13 den dårligste nøjagtighed både relativt og absolut i forhold til de øvrige sammenknytninger. Årsagen til den dårligere nøjagtighed kan skyldes usikkerhed ved centrering af scanner og target. Disse tvangscentreres ikke under målingerne, idet de flyttes mellem de enkelte jobs. Fejl ved

centreringen får derved betydning, da udgangssigtet er kort.

Ved sammenknytning 15 anvendes et af kontrolpunkterne som udgangssigte, hvorved der skabes afhængighed mellem sammenknytningen og kontrolpunkterne. Da det er en horisontalretning til udgangssigtepunktet, der bestemmes, er afhængigheden kun tilstede i x-retningen.

Job A er det dårligste job i alle sammenknytningerne. Dette kan skyldes, at scanneren genstartes undervejs i jobbet. Scanneren definerer koordinatsystemet ud fra udgangspositionen. Det burde derfor ikke have betydning, at scanneren genstartes under målingerne. Så det er ikke umiddelbart muligt at klarlægge hvad den dårlige nøjagtighed for Job A skyldes.

Ved den relative nøjagtighed er der en tendens til systematik, idet afvigelse for sammenknytningerne har samme mønster, med undtagelse af sammenknytning 13. Den absolutte nøjagtighed har næsten kun positive afvigelser, hvilket indikerer systematiske fejl. Denne systematik kan skyldes, at der ved korrektion for vipningen ikke tages højde for usikkerheden på udgangssigtepunkterne, som vipningen beregnes på baggrund af.



Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

## 10 Konklusion

Undersøgelsen af nøjagtigheden for forskellige sammenknytningsmetoder tager udgangspunkt i problemformuleringen, der beskrives i *kapitel 3 Problemformulering*. Problemet, der ønskes undersøgt, er:

*Med hvilken nøjagtighed kan to scans, hvis de foretages med HDS3000, sammenknyttes?*

- *Kan der opnås en tilsvarende nøjagtighed ved anvendelse af udgangssigter i forhold til de traditionelle sammenknytningsmetoder:*
  - *Sammenknytning vha. punktskyer*
  - *Sammenknytning vha. targets*
- *Hvilke forhold har indflydelse på nøjagtigheden ved sammenknytning?*

Ud fra de fremkomne resultater i *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse* kan det konkluderes, at metoden, der opnår den bedste nøjagtighed, og dermed bedst kan anbefales, er anvendelsen af targets, hvor targets placeres enten omkring opstillingspunktet eller foran det objekt, der skal scannes. Dette gælder både for den

absolutte og den relative nøjagtighed. Sammenknytning vha. udgangssigte opnår en nøjagtighed, der svarer til den, der kan opnås ved sammenknytning vha. targets. Den største forskel mellem de to metoder er hovedsageligt ved den relative nøjagtighed, hvor sammenknytning vha. targets opnår en nøjagtighed på 2 – 4mm, og udgangssigter opnår en nøjagtighed mellem 4 og 6mm.

Absolut er forskellen mellem nøjagtighederne, der opnås ved targets og udgangssigter så lille, ca. 1 – 2mm, at det ikke umiddelbart vil have nogen betydning i praksis. Det vil sandsynligvis være muligt for begge metoder både at opnå bedre, men også dårligere nøjagtigheder ved forskellige laserscanningsopgaver.

I forhold til anvendelsen af udgangssigter er det ligegyldigt, hvordan udgangssigtet placeres i forhold til scanneren, og hvor langt det placeres fra scanneren. Fejlbidrag fra opstillingen får dog større betydning ved korte udgangssigter.

Anbefalingen vil være at anvende så lange udgangssigter som muligt. Selvom specifikati-

onerne indikerer et fald i nøjagtighed, hvis der scannes over 50m, ser det ikke ud til at påvirke anvendelsen af udgangssigter, da der i undersøgelsen anvendes et udgangssigte, der er placeret ca. 75m fra scanneren. Og hvor resultaterne stadig er på niveau med de øvrige.

Sammenknytning vha. punktsky kan opnå en relativ nøjagtighed på 7 – 14mm. Dermed er denne metode dårligere end targets og udgangssigter. De sammenknytninger, der opnår den dårligste nøjagtighed er sammenknytningerne med en lav opløsning, dvs. henholdsvis 1 og 2cm.

I forbindelse med den absolutte nøjagtighed transformeres sammenknytningerne til det fastlagte lokale koordinatsystem. Ved denne transformation er det ikke muligt at tage højde for den usikkerhed, der er på de etablerede punkter, da Cyclone ikke giver mulighed for indtastning af en spredning til udgangssigte- og opstillingspunkterne. Dette forhold har kun betydning for sammenknytning vha. targets og udgangssigter. Det vurderes, at den manglende indflydelse af en spredning på punkterne ikke får betydning for vurderingen, da forholdet gør sig gældende for begge sammenknytningsmetoder.

I Figur 10.1, Figur 10.2 og Figur 10.3 er de gennemsnitlige spredninger beregnet både relativt og absolut for sammenknytning vha. henholdsvis punktsky, targets og udgangssigter.

Punktsky		
Sammenknytning	$\sigma_{\text{relativ}}$ [mm]	$\sigma_{\text{absolut}}$ [mm]
1	7	-
2	14	-
3	14	-
4	9	-
5	7	-

Figur 10.1: Viser de gennemsnitlige spredninger relativt for alle sammenknytningerne vha. punktsky. [L10-4, 2005]

I Figur 10.1 ses spredningerne for sammenknytning vha. punktsky. Der beregnes kun spredninger for den relative nøjagtighed, da en transformation af punktskyen foretages på baggrund af targets, hvorved nøjagtigheden for de targets, der transformeres over, vil påvirke den absolutte nøjagtighed for sammenknytning vha. punktsky.

Det er sammenknytning vha. rør, der opnår den bedste nøjagtighed. Sammenknytning vha. kasser opnår en dårligere relativ nøjagtighed end sammenknytning vha. rør. Dette kan skyldes begrebet 'edge effect'. Hvis der scannes til en skarp defineret kant, kan en del af signalet ramme kanten, mens den resterende del af signalet rammer et bagvedliggende objekt. Scanneren beregner på baggrund af intensiteten af det reflekterede signal et vægtet gennemsnit for placeringen af punktet, jf. *Appendiks A Teori for laserscanning*.

I forbindelse med kontrol af observationerne for grove fejl, opdages der grove fejl for sammenknytning 5. Den grove fejl har som udgangspunkt ingen indflydelse på den relative nøjagtighed, da resultaterne vurderes i forhold til den sande afstand mellem kontrolpunkterne. Årsagen til, at der er en grov fejl, kan skyldes vanskeligheden ved at udpege de samme punkter i to scans til den foreløbige orientering. Det er vanskeligt at udpege de samme punkter i de to scans ved sammenknytning vha. rør, da disse ikke har nogen markante fællestræk pga. den runde flade, der scannes fra to forskellige sider.

De dårligste sammenknytninger er dem med alle objekter og en punkttæthed på henholds-

vis 1cm og 2cm. Derved ses det, at punkttætheden har betydning for nøjagtigheden.

Det ses af *kapitel 9 Vurdering af undersøgelse*, at det ikke har betydning for nøjagtigheden hvor mange objekter, der sammenknyttes over. Da sammenknytningen med alle objekter opnår samme nøjagtighed som sammenknytning vha. tre rør eller to kasser.

Der er systematik i målingerne. Dette kan skyldes, at sammenknytningen sker på baggrund af geometrien i punktskyen. De to punktskyer overlapper ikke nødvendigvis punkt for punkt, hvorved sammenknytningen vil blive upræcis.

Targets		
Sammenknytning	$\sigma_{\text{relativ}}$ [mm]	$\sigma_{\text{absolut}}$ [mm]
6	2	7
7	2	5
8	4	13
9	4	11

Figur 10.2: Viser de gennemsnitlige spredninger både relativt og absolut for alle sammenknytningerne vha. targets. [L10-4, 2005]

I Figur 10.2 ses spredningerne for sammenknytning vha. targets. Her er det sammenknytning vha. targets omkring og foran opstillingerne, der opnår den bedste nøjagtighed. Ved sammenknytning foran opstillingerne er tre af de punkter, der transformeres over, kontrolpunkter. Denne afhængighed mellem punktsky og kontrolpunkter kan have en indvirkning på den absolutte nøjagtighed. Beregnes denne uden de tre kontrolpunkter, opnås en nøjagtighed på 6mm. Det konkluderes på den baggrund, at sammenknytning vha. targets foran og omkring opstillingerne opnår samme nøjagtighed.

Ved den relative nøjagtighed er der ingen systematik i målingerne, mens det er tilfældet ved den absolutte nøjagtighed, hvor der er systematik i sammenknytning 8 og 9. Systematikken består i en stor z værdi i forhold til de øvrige sammenknytninger.

Det vurderes på baggrund af de opnåede nøjagtigheder både relativ og absolut, at placeringen af targets har indflydelse på nøjagtigheden af sammenknytningen. Dog har den størst indflydelse på den absolutte nøjagtighed.

Udgangssigter		
Sammenknytning	$\sigma_{\text{relativ}}$ [mm]	$\sigma_{\text{absolut}}$ [mm]
10	5	8
11	5	8
12	6	9
13	13	20
14	4	8
15	4	8

Figur 10.3: Viser de gennemsnitlige spredninger både relativt og absolut for alle sammenknytningerne vha. udgangssigter. [L10-4, 2005]

I Figur 10.3 ses spredningerne for den relative og den absolutte nøjagtighed korrigeret for vipningen. Der konstateres undervejs i databehandlingen en vipning af scans i forhold til koordinatsystemet. Vipningen er i størrelsesordenen 0,2gon, og resultaterne korrigeres for denne. Vipningen kan delvist undgås, hvis det enkelte udgangssigte udpeges i forbindelse med målingerne, og koordinaterne til dette indtastes i Cyclone. Ved disse undersøgelser udpeges udgangssigtet først i forbindelse med databehandlingen, hvor en horisontalretning indtastes, da det ikke er muligt at indtaste

koordinaterne til udgangssigtet efter endt måling.

På baggrund af de korrigerede resultater for den absolutte nøjagtighed, ses det, at størstedelen af afvigelserne i  $x$ ,  $y$  og  $z$ , er positive. Dette kan skyldes, at der ved beregning af korrektionen ikke er taget højde for usikkerheden på udgangssigtepunkterne. Og derved er der beregnet en for stor korrektion til den enkelte afvigelse i  $x$ ,  $y$  og  $z$ .

Den absolutte nøjagtighed er den samme for alle sammenknytningerne undtagen sammenknytning 13, hvor den er dårligere. Det er Job A og B ved sammenknytning 13, der afviger fra de øvrige med afvigelser på 4 – 6 cm i  $x$  og  $y$ . Hvis disse jobs udelades af beregningen af spredningen for sammenknytningen, opnås en spredning på 8 mm hvilket svarer til nøjagtighederne, der opnås ved de øvrige sammenknytninger. De store afvigelser for Job A og B kan skyldes en fejl i centreringen af target placeret i opstillingspunkt eller opstillingen af laserscanneren. Disse tvangscentreres ikke under målingerne, da scanner og target bytter plads i hvert job. Pga. det korte udgangssigte får en fejl i centreringen større betydning i forhold til anvendelsen af et langt udgangssigte. Det er den samme fejl, der kommer til ud-

tryk ved den relative nøjagtighed for sammenknytning 13. Hvis Job A og B udelades af beregningen af denne, opnås der i stedet for de 13 mm en nøjagtighed på 6 mm, og dermed er denne sammenknytning på niveau med de øvrige.

Scanneren kan ifølge specifikationerne overholde en nøjagtighed på 6 mm for enkeltpunkter i en afstand op til 50 m fra scanneren. Derfor undersøges det, om et udgangssigte længere end 50 m kan opnå samme nøjagtighed som udgangssigter under 50 m. Dette er tilfældet, da sammenknytning 10 - sammenknytning vha. langt udgangssigte - opnår samme nøjagtighed som de øvrige.

Det kan på baggrund af ovenstående konkluderes, at længden af udgangssigtet ikke har betydning for nøjagtigheden, dog vil lange udgangssigter være at foretrække, idet fejlbidraget fra centreringen derved mindskes. Derudover har placeringen af udgangssigtet i forhold til scanneren ingen umiddelbar betydning for nøjagtigheden.

For sammenknytning vha. udgangssigter er Job A dårligst for alle. Dette kan skyldes, at scanneren ved dette job blev genstartet. Det kan også hænge sammen med fejlbidraget fra

centreringen. Det er muligt, at der ved dette job ikke centrerer omhyggeligt nok over opstillingspunkterne.

### Metode

Der er i projektet fastlagt en overordnet metode, projektførelsen skal følge. Denne overordnede metode beskrives i *kapitel 4 Metode*, og omtales projektmodellen. Denne bygger på en iterativ proces omhandlende problemformulering, teori, empiri og konklusion. Gennem projektførelsen følges denne metode. Rapporten er et udtryk for resultatet af den iterative proces, og fremstår derfor ikke i sin form som et iterativt forløb. Der er ikke afvejet fra projektmodellen ved arbejdsprocesserne i projektet.

Da projektmodellen er en overordnet metode tager den ikke stilling til hvilke delmetoder, der kan anvendes til udarbejdningen af del-elementerne af arbejdsprocessen. Der er løbende gennem projekt anvendt forskellige delmetoder til løsning af de enkelte problemstillinger. Disse delmetoder tager udgangspunkt i:

- Undersøgelse af nøjagtighed ved sammenknytning
- Målemetoder

- Fejlteori

I forbindelse med planlægningen af projektet skal der vælges en metode til udførelse af undersøgelserne af sammenknytningsmetodernes nøjagtighed. Da laserscanneren er et relativt nyt instrument, er der gennem de senere år udført en række forskellige undersøgelser bl.a. for at vurdere mulighederne med laserscanning. For hver undersøgelse, der udføres, fastlægges en ny metode for det, der ønskes undersøgt, hvis ikke der allerede er udført undersøgelser for dette. Til undersøgelsen af nøjagtigheder ved sammenknytningsmetoder er der ikke umiddelbart foretaget lignende undersøgelser. Derfor udarbejdes der af projektgruppen en metode for undersøgelsen, denne beskrives i *kapitel 5 Beskrivelse af undersøgelse*.

Efter metoden til undersøgelse af nøjagtigheden for sammenknytningsmetoder er fastlagt, tages der stilling til hvilke målemetoder, der skal anvendes for at kunne udføre undersøgelsen ud fra de fastlagte kriterier. Baggrunden for valg af målemetoder tager udgangspunkt i et ønske om en punktspredning på 1,5mm, og ud fra et fejlteoretisk grundlag besluttet det hvilke målemetoder, der kan anvendes for at opnå den ønskede nøjagtighed. Hvilke metoder, der er testet og fundet anvendelige, be-

skrives i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*, der understøttes af *Appendiks B Fejlteori* og *Appendiks C Testnet*.

På baggrund af resultaterne i *kapitel 7 Indmåling af punkter* kan det konkluderes, at de valgte metoder tilnærmelsesvis opfylder kravet. Hvor dette ikke er tilfældet, har det kun begrænset betydning, da den faktiske punktspredning for targets, der fremkommer på baggrund af laserscanning, har en nøjagtighed på 4mm. Derfor overholder denne ikke den specificerede nøjagtighed. Alle indmålte punkter, med undtagelse af udgangssigtepunkterne 500 og 900, har en nøjagtighed bedre end dette. Punkt 500 og 900 inddrages ikke i beregningen af kontrolpunkterne, derfor får dette ingen betydning nøjagtigheden af kontrolpunkterne.



Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

---

# 11 Perspektivering

---

HDS3000 er udbygget med en række funktioner i forhold til forgængeren Cyrax 2500. Disse funktioner er bl.a.:

- Scanningsfelt på 360° x 270°
- Centrering over et punkt
- Indtastning af koordinater til scannerens opstillingspunkt
- Orientering af punktsky vha. et udgangssigte

Gennem dette projekt undersøges en del af de nye funktioner ved HDS3000 for at vurdere anvendeligheden heraf.

De opnåede resultater giver mulighed for at vurdere hvilke forbedringer/udviklinger, der kan gøre de nye funktioner mere anvendelige. Det vurderes hvilken betydning, disse funktioner kan forventes at få for den fremtidige anvendelse af laserscanning. Her efter vurderes det hvilke opgaver, laserscanneren i fremtiden kan anvendes til. Endeligt beskrives et projekt i forbindelse med digitalisering af bevaringsværdige bygninger, hvor laserscanning er en mulighed.

Dette kapitel opdeles i følgende:

- Forbedringsmuligheder
- Fremtidig anvendelse
- Anvendelse af HDS3000
- Digitalisering af bevaringsværdige bygninger

## 11.1 Forbedringsmuligheder

Gennem projektforløbet konstateres en række områder, hvor HDS3000 med fordel kan forbedres for at gøre de nye faciliteter mere anvendelige.

- Kamera
- Kompensator
- Udgangssigter

### Kamera

I forhold til Cyrax 2500 er kameraet i HDS3000 forbedret, hvilket gør det lettere at udpege scanningsområder. På større afstande er det dog problematisk at genfinde targets, se Figur 11.1.



Figur 11.1: Viser tre targets placeret 25m, 50m (blå firkant) og 75m (rød firkant) fra scanneren. [L10-4, 2005]

På Figur 11.1 ses et billede taget med HDS3000. Midt i billedet ses et target opstillet i punkt 400, beliggende ca. 25m fra scanneren. I den røde firkant, findes target opstillet i punkt 900, som er placeret ca. 75m fra scanneren, og i den blå firkant findes punkt 500, som er placeret i en afstand af ca. 46m.

Som det ses på Figur 11.1, fremstår targetet i punkt 400 tydeligt, mens de to øvrige target fremstår utydeligt. Dette problem har betydning, når der f.eks. skal måles en referenceafstand til punkt 900. Når referenceafstanden måles, orienteres panoramabilledet, således at koordinatkrydset midt i billedet er placeret på det objekt, hvortil afstanden skal måles. Når det yderste target fremstår utydeligt som det ses i billedet, bliver det vanskeligt at måle referenceafstanden hertil. Et kamera med autofokus for hvert billede kan måske forbedre mu-

ligheden for at orientere sig i billederne, dette vil dog bevirke et stort tidsforbrug ved fotograferingen.

### Kompensator

En anden forbedringsmulighed ligger i den måde, hvorpå scanneren opstilles. Hvis de scannede punktskyer orienteres vha. udgangssigter, har det stor betydning, at scanneren stilles korrekt i lod, da en vipning af scanneren medfører fejl på punkternes  $x$ ,  $y$  og  $z$ -koordinat. Når HDS3000 stilles i lod, foregår det vha. en dåselibelle. Totalstationer og nivellerinstrumenter stilles ligeledes i lod vha. en libelle, men har desuden indbygget en kompensator, der kompenserer for de usikkerheder, der er på opstilling vha. libellerne. Hvis HDS3000 udstyres med en sådan kompensator, kan usikkerhederne fra libellen elimineres, og sammenknytning vha. udgangssigter kan anvendes med større nøjagtighed. Oplysninger om manglende kompensator stammer fra korrespondance med Per Paag, Leica Geosystems, jf. Bilag B4.

Problemet med anvendelse af kompensator i laserscannere kan være, at denne vil give udslag, hvis scanneren udsættes for rystelser f.eks. fra et forbipasserende køretøj. Hvis scanneren afbrydes, er det vanskeligt at genoptage

målingerne, da det ikke vides hvor langt scanneren er nået.

### **Udgangssigter**

Endeligt er der en forbedringsmulighed for HDS3000 i forbindelse med antallet af udgangssigter. Det er kun muligt at anvende ét udgangssigte, og der er derved ikke mulighed for at registrere en grov fejl på udgangssigtet. En forbedring af metoden vil være muligheden for at anvende flere udgangssigter, og derved opnå overbestemmelse ved orientering af scanneren. Hvis der er mulighed for at anvende minimum tre udgangssigter, vil scanneren kunne opstilles i en fri opstilling, hvorved fejl fra centreringen og instrumenthøjde elimineres.

## **11.2 Fremtidig anvendelse**

I dette afsnit vurderes det, hvor og hvordan de nye faciliteter i HDS3000 vil kunne anvendes. Gennemgangen opdeles i mulighederne med en panoramascanner, og muligheden med opstilling over et punkt og foretage udgangssigte. Vurderingen foretages på baggrund af de opnåede resultater i projektet.

### **Panoramascanner**

Panoramabilledet, der tages med HDS3000, giver muligheder for at udvælge områder til scanning. En af laserscanningens ulemper er, at der ofte indsamles store mængder overflødig data. Den simpleste løsning har hidtil været at scanne hele objektet med en opløsning, der giver mulighed for modellering af alle detaljer. Den bedre billedkvalitet forbedrer mulighederne for at udpege mindre områder til scanning, med forskellige punkttætheder. Hermed forbedres muligheden for at variere den punkttæthed, hvormed objekterne scannes, og derigennem begrænse mængden af unødvendige data.

En anden fordel ved panoramascanneren er, at den giver større fleksibilitet ved placering af targets til sammenknytning og orientering af scans. Ved scanning med en kamerascanner skal alle targets placeres foran scanneren. Hvis to punktskyer skal sammenknyttes på baggrund af targets, skal disse targets placeres i overlappet mellem de to scans. Dette bevirker, at der skal være et overlap mellem disse scans, hvor det er muligt at placere targets indenfor med en fornuftig geometri.

### Opstilling over punkt og udgangssigte

Leica Geosystems kalder HDS3000 for *the first 'surveyor-friendly' 3D laser scanner* [hds.leica-geosystems.com 1]. De henviser til, at mulighederne med opstilling af scanneren over et punkt, samt orientering af scanneren vha. et udgangssigte, gør den anvendelig i landmålingsmæssige sammenhænge. [Leica 2, 2005]

Vurderes muligheder og begrænsninger ved metoden, ligger mulighederne i, at de enkelte scans kan orienteres direkte i det ønskede koordinatsystem. Dette giver mulighed for at nedbringe antallet af totalstationsmålinger, da orientering af et scan således kun kræver to kendte punkter, henholdsvis opstillingspunkt og udgangssigtepunkt.

Orientering af scans direkte i det ønskede koordinatsystem giver den fordel, at der ikke skal foretages sammenknytning af de enkelte scans. Sammenknyttes en række af scans på traditionel vis, vil en unøjagtighed på den første sammenknytning påvirke resultatet af de øvrige sammenknytninger, og der vil således opstå en fejlphobning. Ved anvendelse af udgangssigter undgås denne fejlphobning, da hvert scan orienteres uafhængigt af de øvrige. Fejlbidragene ved anvendelse af udgangssigter afhænger af fejlbidrag fra de anvendte punk-

ter, som ved traditionel måling med totalstation.

HDS3000 anvender kun ét udgangssigte til orientering af koordinatsystemet, hvilket ses som en af metodens begrænsninger. Ved traditionel landmåling anvendes udgangssigter til at orientere målinger. I så fald anvendes så vidt muligt flere udgangssigter for at sikre målingerne mod grove fejl. Denne kontrol kan ikke udføres med HDS3000, og en grov fejl opdages i så fald først ved den efterfølgende databehandling, der typisk forgår på kontoret, når målingerne er afsluttet.

En anden begrænsning ved metoden er de korte udgangssigter. I dette projekt anvendes et udgangssigte på 75m, men ved traditionel landmåling anvendes ofte længere udgangssigter, da en evt. centreringsfejl på udgangssigtepunktet får mindre betydning ved et langt sigte.

Vurderes den fremtidige anvendelse af udgangssigter i forbindelse med laserscanning, vil dette afhænge af hvilke typer opgaver, scanneren skal anvendes til. En række af de opgaver laserscanning anvendes til i dag, f.eks. deformationsmåling, kræver stor relativ nøjagtighed, hvorimod den absolutte orientering af

objektet er underordnet. Til disse opgaver vurderes det, at anvendelsen af targets til sammenknytning fortsat vil være bedst, da denne metode giver den højeste nøjagtighed, og samtidig gør måling med totalstation unødvendig.

Til opgaver, hvor hele det ønskede område kan scannes fra en enkelt opstilling, og hvor resultaterne skal anvende i et bestemt koordinatsystem, kan orientering vha. udgangssigter være relevant, da det udelukkende kræver bestemmelse af to punkter i det ønskede koordinatsystem. Ligeledes vurderes det, at metoden kan finde anvendelse ved opgaver, hvor mange scans skal sammenknyttes og orienteres i et bestemt koordinatsystem.

Resultaterne i dette projekt viser, at metoden med anvendelse af udgangssigter kan anvendes med fornuftige resultater, men at den tydeligvis er mere påvirkelig over for fejl end sammenknytning vha. targets.

### **11.3 Anvendelse af HDS3000**

En overvejelse, når fremtidsperspektiverne for en bestemt metode eller en bestemt type udstyr skal vurderes, er hvor, den kan være et alternativ til eksisterende metoder. Laserscanningens fremtidige anvendelse afhænger af,

hvorvidt den kan udføre opmåling på niveau med eksisterende metoder.

Laserscanning kan være et alternativ til fotogrammetri, da de har de samme opmålingsprincipper. Ved fotogrammetri indmåles, som ved laserscanning, alt hvad der er synligt. Orienteringen sker vha. paspunkter svarende til anvendelse af targets ved laserscanning. Ved fotogrammetri er den opnåelige nøjagtighed afhængig af en række forhold i forbindelse med opmålingen bl.a. hvilket overlap, der anvendes mellem billederne.

Til sammenligning stiller laserscanning færre krav til geometrien mellem opstillingerne. Der er ikke nødvendigvis behov for overlap, hvis orienteringen sker vha. udgangssigter eller targets. Ligeledes kan mindre objekter ved laserscanning måles på én gang, hvor der ved fotogrammetri altid kræves flere billeder for at kunne bestemme objekternes dybde.

Ønskes udelukkende en relativ bestemmelse, kan laserscanning foretages uden brug af andre målinger f.eks. totalstation. Dette er ikke muligt ved fotogrammetri, da paspunkterne anvendes til at fastlægge bl.a. målestoksforholdet.

Et andet område, hvor laserscanning kan være et alternativ, er i forhold til den reflektorløse totalstation. Flere totalstationer, bl.a. Leica's robottotalstation TCRA1105 kan måle i et foruddefineret grid på samme vis som en laserscanner. TCRA1105 har større nøjagtighed end HDS3000 på måling af vinkler og afstande, og kan reflektorløst måle afstande op til 170m [kilde].

En forskel mellem HDS3000 og TCRA1105 er tiden, det tager at måle et enkelt punkt. HDS3000 kan måle  $1800\text{pkt}/\text{sek}$ , mens TCRA1105 bruger få sekunder på at registrere afstanden til et enkelt punkt.

Reflektorløse totalstationer anvendes i dag til en lang række opgaver af meget forskellig karakter. Et af de områder, hvor laserscanning kan være et alternativ, er ved indendørs opmåling af f.eks. lejlighedskomplekser. Opmåles en lejlighed med totalstation, kræver det, at alle relevante punkter indmåles hver for sig. Samtidig skal alle de målte punkter tildeles en punktkode, eller en beskrivelse, for efterfølgende at kunne konstruere objekterne på baggrund af de målte data. Foretages en tilsvarende opmåling med laserscanning, er det muligt at kortlægge hele rummet i et enkelt scan, og herefter modellere de enkelte flader eller ob-

jekter. Herved nedbringes arbejdstiden i marken samtidig med, at risikoen for at glemme et punkt ved opmålingen fjernes.

## **11.4 Digitalisering af bevaringsværdige bygninger**

Kulturarvsstyrelsen har ansvaret for fredede og bevaringsværdige bygninger i Danmark. Der findes ca. 300.000 bevaringsværdige bygninger, og ca. 9.000 fredede bygninger i Danmark [Kuas.dk/kulturarv, 2005].

Kulturarvsstyrelsen arbejder i øjeblikket med en række projekter angående digitalisering af fredede og bevaringsværdige bygninger. I den forbindelse har de bevilget 3,7 mio. kr. til 10 projekter omhandlende digital visualisering, som skal realiseres i 2005. Et af disse projekter er en 3D-visualisering af Sjællands Symfoniorkester, hvor målet er at give publikum mulighed for en visuel flyvetur gennem symfonien. [Kuas.dk/tjenester, 2005]

Mange af de bevaringsværdige bygninger er store kunstneriske bygværker med mange detaljer, som vil kræve indmåling af mange punkter. Laserscanning vil derfor være en oplagt mulighed til løsning af denne type op-

gaver, idet laserscanning giver bedre mulighed for dybde i billedet i forhold til eksempelvis fotogrammetri. Samtidig er tidsforbruget ved laserscanning mindre end hvis opmålingen foretages med totalstation pga. de mange detaljer på de bevaringsværdige bygninger.



Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

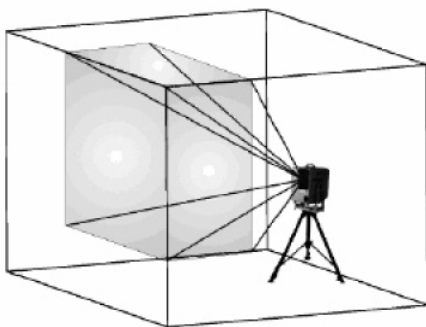
# A Teori for laserscanning

I projektet tages der udgangspunkt i følgende definition af laserscanning: *All instruments collecting 3D coordinates of a given region of an object surface automatically and in a systematic pattern at high rates and achieving these results in near real time* [Boehler m.fl., 2002, s. 1]. For de terrestriske laserscannere, jf. *kapitel 1 Indledning*, skelnes der mellem:

- Kamerascanner
- Panoramascanner

## Kamerascanner

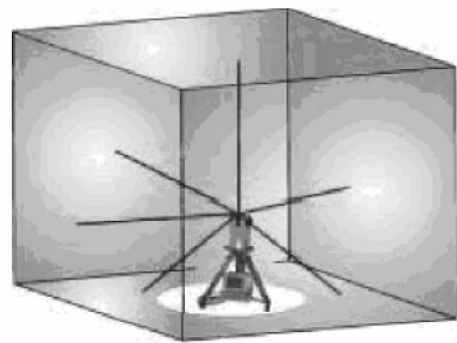
En kamerascanner er stationær under scanning, og scanner derved kun et afgrænset område ved hvert scan, se Figur A.1.



Figur A.1: Scanningsområdet med en kamerascanner. [Nielsen m.fl., 2002, s. 24]

## Panoramascanner

Panoramascannere roterer under scanning, og opnår derved et væsentligt større scanningsområde end kamerascanneren, se Figur A.2.



Figur A.2: Scanningsområdet med en panoramascanner. [Nielsen m.fl., 2002, s. 24]

Der er forskel på hvor stort et område, den enkelte panoramascanner kan scanne. Panoramascannere kan rotere om både vertikal- og horisontalaksen, men der findes også panoramascannere, som kun roterer om vertikalaksen. Disse kaldes hybridscannere. [Staiger, 2003, s. 4]

For terrestriske scannere findes forskellige principper til afstandsmåling. Hvornår prin-

cipperne anvendes, afhænger især af de afstande, der skal måles. To af principperne er:

- Signalscanner
- Triangulationsscanner

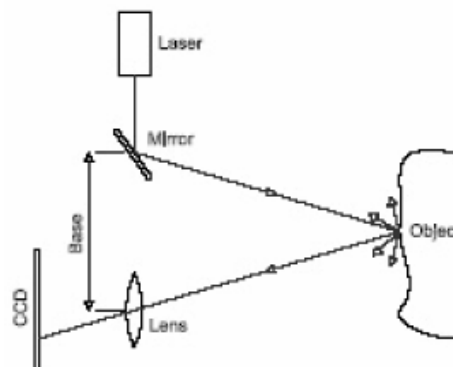
Beskrivelsen af principperne tager udgangspunkt i [Boehler m.fl., 2002].

### Signalscanner

De oftest anvendte scannere er signalscannere, som bygger på direkte afstandsmåling. Dvs. at et signal udsendes med en given vinkel, hvorefter afstanden til det målte punkt bestemmes ud fra den tid, det reflekterede signal er undervejs.

### Triangulationsscanner

En anden type terrestrisk scanner, som hovedsageligt anvendes til afstande under 25m, er triangulationsscanneren. Denne scanner bygger på vinkelmåling, hvor signaludsenderen og signalmodtageren er forskudt med en kendt afstand, basen, se Figur A.3.



Figur A.3: Principperne i en triangulationsscanner. [Boehler m.fl., 2002, s. 2]

I den ene ende udsendes signalet, laseren, og i den anden ende sidder et kamera, CCD, der registrerer, hvor signalet rammer. Ud fra kendskab til længden af basen, vinklen mellem det udsendte og det reflekterede signal, og den vinkel signalet udsendes i, kan beliggenheden af det scannede punkt beregnes.

Da HDS3000 er en panoramascanner, der anvender principperne for en signalscanner, vil dette appendiks kun omhandle forhold angående signalscannere. Som det er tilfældet i *kapitel 2 Foranalyse*, deles gennemgangen op i henholdsvis dataindsamling, databearbejdning og datapræsentation. Dette appendiks gennemgår teorien for laserscanning generelt. På de områder, hvor der er forskel afhængig af typen af scanner, tages udgangspunkt i HDS3000.

## A.2

## **A.1 Dataindsamling**

Ved signalscannere er der en række forhold, der kan tages i betragtning. Disse kunne være følgende:

- Det udsendte signal
- Afstandsmåling
- Vinkelmåling
- Intensitet
- Scanning af targets

### **A.1.1 Det udsendte signal**

Laserscanning bygger på elektromagnetisk distancemåling, hvor en afstand bestemmes vha. elektromagnetisk stråling.

Følgende definition af elektromagnetisk stråling findes på [Netleksikon.dk]. Elektromagnetisk stråling består af elektriske og magnetiske felter, der udbredes som bølger eller partikler med lysets hastighed, og som transporterer energi fra et sted til et andet. Synligt lys er én form af elektromagnetisk stråling. En elektromagnetisk bølge kan beskrives ved hastighed, amplitude og frekvens (evt. bølgelængde).

De udsendte bølger er harmoniske svingninger, hvor bølgelængden kan variere fra 300nm (UV-stråling) til 20km (radiobølger). [Dresling, 1970, s. 8]

Signalscannere anvender oftest elektromagnetisk stråling i det synlige område (400nm - 740nm) eller det nærinfrarøde område (740nm - 2000nm) [Netleksikon.dk]. Eksempler på sammenhænge mellem farve og bølgelængde ses i Figur A.4. HDS3000 udsender grønt laserlys med en gennemsnitlig bølgelængde på 532nm [hds.leica-geosystems.com 3].

Farve	Bølgelængdeinterval
Nærinfrarød	~ 740 – 2000nm
Rød	~ 625 - 740nm
Orange	~ 590 – 625nm
Gul	~ 565 – 590nm
Grøn	~ 520 – 565nm
Cyan	~ 500 – 520nm
Blå	~ 450 – 500nm
Indigo	~ 430 – 450nm
Violet	~ 380 – 430nm

Figur A.4: Bølgelængder i det synlige spektrum. [Netleksikon.dk], [L10-4, 2005]

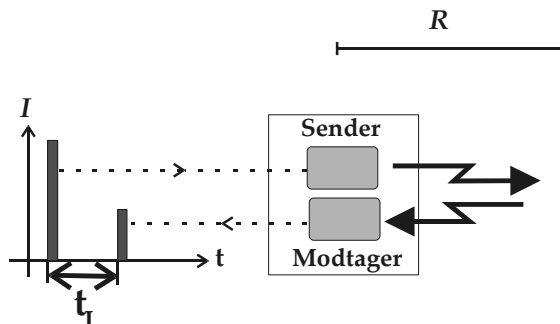
### A.1.2 Afstandsmåling

Afstandsmåling med en signalscanner bygger på metoderne 'time of flight' eller 'continuous wave'. De to metoder, samt tilhørende beregninger, tager udgangspunkt i [Wehr m.fl., 1999].

#### 'Time of flight'

En 'time of flight'-scanner udsender lasersignalet som korte impulser. 'Time of flight' byg-

ger på måling af den tid, signalet er undervejs, se Figur A.5.



Figur A.5: Afstandsmåling ved metoden 'time of flight'. [Wehr m.fl., 1999, s. 3]

Ved at måle tiden signalet er undervejs med stor nøjagtighed, kan afstanden  $R$  bestemmes ud fra Formel (A.1):

$$R = \frac{u \cdot t_L}{2}, \text{ hvor } u = \frac{c}{n} \quad (\text{A.1})$$

[Wehr m.fl., 1999, s. 4]

$t_L$  er den tid, lasersignalet er undervejs, fra det forlader scanneren, til det rammer scanneren igen.  $u$  er lysets hastighed, som afhænger af  $c$ , der er lysets hastighed i vakuum, og  $n$ , der er lysets brydningsindeks, som afhænger af tryk og temperatur.

For at kunne bestemme en afstand med høj nøjagtighed, er det nødvendigt at kende luf-

## A.4

tens tryk og temperatur på hele den strækning, der måles. Dette er ikke muligt i praksis, hvorfor der kun måles tryk og temperatur i endepunkterne. Ved sigtelængder under 1000m er det tilstrækkeligt at måle tryk og temperatur i det ene endepunkt. [Dresling, 1970, s. 8]

Når der scannes med HDS3000, er det muligt i Cyclone inden opmålingen påbegyndes at indtaste værdier for tryk og temperatur, hvorudfra de målte afstande korrigeres.

Ud fra Formel (A.1) kan den maksimale scaningsafstand beregnes som:

$$R_{\max} = \frac{c \cdot t_{L\max}}{2} \quad (\text{A.2})$$

[Wehr m.fl., 1999, s. 4]

Den maksimale afstand, der i teorien kan måles med en 'time of flight' scanner, afhænger af hvor lang tid efter et signals udsendelse, det reflekterede signal kan registreres i scanneren. Lysets hastighed  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  for afstande på flere kilometer, giver en lille værdi for  $t_L$ . HDS3000 måler med en frekvens på  $1800 \text{ pkt/sek}$ , og hvis denne frekvens anvendes som udtryk for, hvor lang tid et signal kan være undervejs, bliver den maksimale afstand, der kan måles:

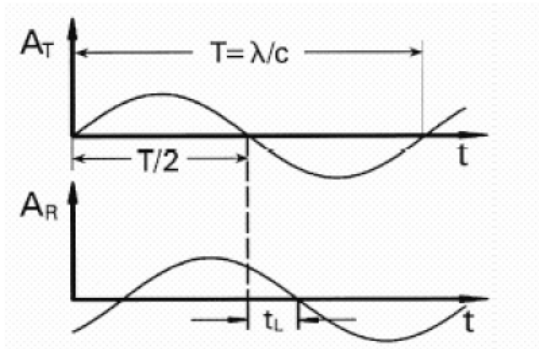
$$R_{\max} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/sek} \cdot \left(\frac{1}{1800 \text{ sek}}\right)}{2} = 83,3 \text{ km}$$

Afstands begrænsningen ligger ikke i tidsmålingen, men i signalets styrke, da afstandsmåling over lange afstande vil kræve en kraftigere laser end dem, der anvendes i dag.

For at 'time of flight'-måling kan fungere, er det en nødvendighed, at det ene signal ikke udsendes, før det foregående returneres. Hvis ikke signalet returnerer indenfor et vist tidsrum, betragtes signalet som tabt. Dette kan virke som en begrænsning på metodens hastighed, men da der, som beregningen viser, opnås en lille værdi for  $t_L$  for lange afstande, giver dette ikke problemer i praksis.

#### 'Continuous wave'

Ved 'continuous wave' udsendes en kontinuert laserstråle med en bestemt bølgelængde. Der måles på faseforskellen i den udsendte bølge, fra den udsendes til den igen registreres, se Figur A.6.



Figur A.6: Beregning af  $t_L$  ved metoden 'continuous wave'. [Wehr m.fl., 1999, s. 71]

Figur A.6 illustrerer det udsendte signal,  $A_T$ , og det returnerede signal,  $A_R$ .  $T$  er tiden for forløbet af en hel bølglængde, som svarer til længden  $2\pi$ .  $t_L$  er den tid, signalet er undervejs svarende til faseforskellen  $\theta$  mellem det udsendte og det returnerede signal. Herudfra kan  $t_L$  beregnes som:

$$t_L = \frac{\theta}{2\pi} \cdot T \quad (\text{A.3})$$

Når  $t_L$  er bestemt, kan afstanden  $R$  bestemmes på samme måde som ved 'time of flight':

$$R = \frac{c}{2} \cdot t_L \quad (\text{A.4})$$

Sammensættes Formel (A.3) og Formel (A.4) fås:

$$R = \frac{\theta \cdot T}{2\pi} \cdot \frac{c}{2} \quad (\text{A.5})$$

Dette kan reduceres til:

$$R = \frac{\theta \cdot c}{4\pi} \cdot T \quad (\text{A.6})$$

$T$  kan skrives som  $\lambda/c$ , hvilket betyder, at udtrykket kan reduceres til:

$$R = \frac{\theta \cdot \lambda}{4\pi} \quad (\text{A.7})$$

I praksis er visse scannere indrettet, så der udsendes signaler med forskellige bølglængder. Den maksimale scanningsafstand bestemmes af den længste bølglængde, mens de kortere bølger anvendes til en mere præcis fastlæggelse af afstanden. Som eksempel kan scanneren Imager 5003 fra Zoller & Fröhlich maksimalt måle 53.5m [Schultz m.fl., 2004, s. 1]. Til sammenligning kan mange 'time of flight'-scannere måle afstande op til flere hundrede meter. HDS3000 kan ifølge specifikationerne måle op til 100m.

## A.6

Scannere, der anvender 'continuous wave', kan scanne punkter med en højere frekvens end scannere, der måler 'time of flight'. Scanneren HDS4500, som er en 'continuous wave' scanner, måler, som eksempel, med en frekvens på  $50.000 \text{ pkt/sek}$ , hvor HDS3000 måler med  $1800 \text{ pkt/sek}$ .

[Wehr m.fl., 1999]

### A.1.3 Vinkelmåling

Punktregistreringen foretages i et foruddefineret grid, hvor punkttætheden varierer afhængigt af afstanden til objektet. Når punkttætheden er defineret og omregnet til henholdsvis en horisontal og en vertikal afstand mellem de enkelte målinger, kan opmålingen foretages. Måden, hvorpå signalets retning styres, varierer i de forskellige scannere, og afhænger bl.a. af, om scanneren er stationær under målingen, eller om den roterer.

Kamerascannere er stationære under målingen, derfor skal signalets retning kunne styres i forhold til scanneren. Dette foretages ved, at strålen afbøjes inde i scanneren ved brug af spejle. Panoramascanneren roterer under målingen, således laserstrålens horisontalretning er konstant set i forhold til scanneren. Strålens

retning styres derved af den servomotor, der roterer scanneren. I vertikalretningen styres laserstrålen vha. spejle som ved en stationær scanner. I dette afsnit beskrives to metoder til styring af laserstrålens retning:

- 'Oscillating mirror'
- 'Rotating cylinder'

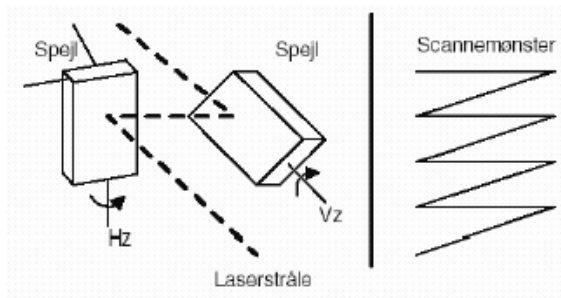
Afsnittet tager udgangspunkt i [Wehr m.fl., 1999].

Der findes andre metoder til vinkelmåling end de to nævnte, men disse anvendes ikke ved terrestriske scannere og beskrives derfor ikke.

#### 'Oscillating mirror'

Ved metoden 'oscillating mirror' anvendes et eller to spejle afhængigt af, om det er en roterende eller stationær scanner. I en scanner med to spejle, se Figur A.7, vipper det ene spejl om horisontalaksen og styrer derved laserstrålens horisontalretning, mens det andet spejl vipper om vertikalaksen og styrer vertikalretningen. En scanner med 'oscillating mirror's scanner enten i et zigzag mønster, som vist på Figur A.7 eller i lodrette parallelle linjer, hvilket er metoden, HDS3000 anvender.

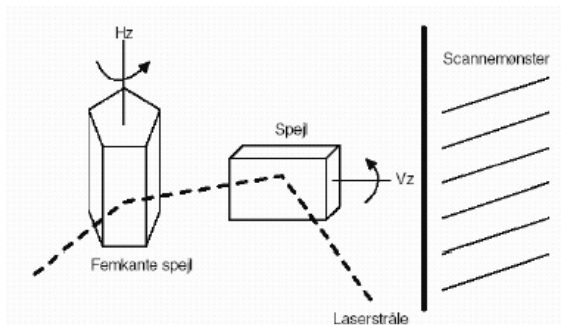




Figur A.7: Eksempel på scanningsmetoden 'oscillating mirror's. [Hellemann m.fl., 2002, s. 14]

### 'Rotating cylinder'

Ved metoden 'rotating cylinder' anvendes en flersidet cylinder, evt. femkantet, se Figur A.8. Laserstrålen styres i den ene retning af cylinderen, mens den i den anden retning styres af et spejl, svarende til metoden 'oscillating mirror', se Figur A.8. Ved en bevægelig scanner styres laserstrålen i den ene retning af cylinderen og i den anden retning af scannerens servomotor.



Figur A.8: Eksempel på scanningsmetoden 'rotating cylinder'. [Hellemann m.fl., 2002, s. 15]

## A.8

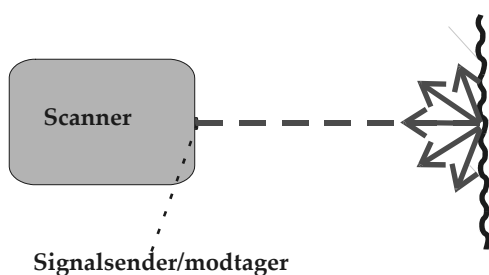
Når cylinderen roterer, ændres laserstrålens indfaldsvinkel på cylinderen. Derved forskydes laserstrålen løbende, indtil cylinderen er drejet så langt, at strålen rammer en ny flade på cylinderen. Hver gang strålen rammer en ny flade på cylinderen, bliver indfaldsvinklen den samme, og strålen reflekteres igen til startpunktet. Når strålen løbende forskydes i den anden retning af et spejl eller en servomotor, opstår der et scanningsmønster af parallelle skrå streger, som vist på Figur A.8.

[Wehr m.fl., 1999, s. 77f]

### A.1.4 Intensitet

Udover afstande og vinkler registreres intensiteten af det reflekterede signal. Intensiteten angives med en værdi mellem 0 og 1, hvor 1 betyder 100% refleksion. Intensiteten kaldes ofte den fjerde dimension i laserscanning og er effektiv til visualisering af komplekse punktskyer. Det er en forudsætning for laserscanning, at det udsendte signal reflekteres ved såkaldt diffus refleksion, hvor signalet brydes af en ru overflade. Overfladens struktur sikrer, at dele af det udsendte signal reflekteres til scanneren. Overfladens struktur, samt det faktum, at det udsendte signal er kegle-

formet, betyder, at ikke hele det udsendte signal rammer scanneren igen, og intensiteten bliver derfor aldrig 100%, se Figur A.9.

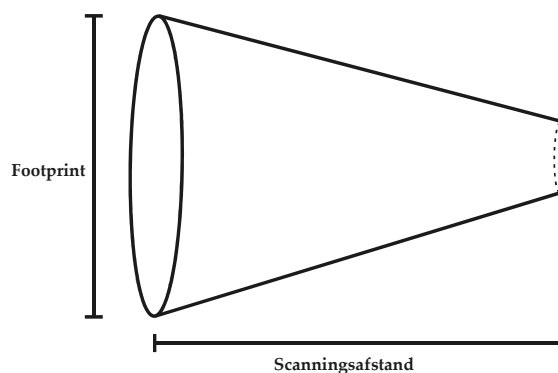


Figur A.9: Eksempel på diffus refleksion af signal – det udsendte signal spredes i alle retninger, kun en del reflekteres tilbage til scanneren. [L10-4, 2005]

Da der oftest scannes i dagslys, bliver scanneren konstant påvirket af synligt lys, som indeholder stråling med forskellige bølgelængder. Reflekteres det udsendte signal ikke, kan scanneren teoretisk set registrere et punkt på baggrund af den del af det synlige lys, der har samme bølgelængde som det udsendte signal. For at undgå dette er der i softwaren til scanneren defineret en minimumsgrænse for intensiteten af det reflekterede signal, for at et punkt kan registreres. Denne minimumsgrænse sikrer, at påvirkningen fra sollys bliver uden betydning. For HDS3000 defineres denne minimumsværdi som 5% af det udsendte signal.

Intensiteten påvirkes af en række faktorer, bl.a. objektets farve, materiale, struktur, signalets indfaldsvinkel på objektet samt tryk og temperatur. En undersøgelse udført i Tyskland tester betydningen af en række af disse faktorer. Yderligere information om undersøgelsen er at finde i [Boehler m.fl., 2003].

Et andet aspekt, der har betydning for intensiteten, er størrelsen af laserstrålens footprint. Footprint er betegnelsen for det aftryk, laseren sætter på den scannede overflade. Laseren udsender en cirkulær lyskegle, hvori de enkelte lysbølger ikke er helt parallelle. Dette betyder, at størrelsen af footprintet vokser proportionelt med afstanden til scanneren, se Figur A.10.



Figur A.10: Eksempel på footprint. [Hellemann m.fl., 2002, s. 15][L10-4, 2005]

Når strålen rammer en jævn overflade, afsættes footprintet som en cirkel eller en ellipse, hvis strålen ikke rammer vinkelret på overfladen. For at opnå en så stor intensitet som muligt af de scannede punkter, er det en fordel, at laserstrålen koncentrerer, når den rammer objektet, dvs. at footprintet er så lille som muligt.

Footprintet for HDS3000 har en diameter på 6mm ved en scanningsafstand på 50m, og en spredning på en målt vinkel på 3,8mgon [hds.leica-geosystems.com 3]. Når det er en fordel at have et så lille footprint som muligt, vil en naturlig udvikling af laserscanneren være et mere koncentreret signal. Et mere koncentreret signal vil imidlertid medføre større strålingsfare, og dermed skærpede sikkerhedsregler ved anvendelse af scanneren. Samtidig vil et sådan signal ofte være kostbart at fremstille. Disse ekstra omkostninger og sikkerhedsrisici skal sammenholdes med laserscannerens nøjagtighed. HDS3000 giver, med en scanningsafstand på 50m, en 3D-punktspredning på 6mm, hvoraf de 4mm kommer fra afstandsmålingen [Leica 2, 2005]. Derved vil gevinsten ved et mindre footprint være begrænset.

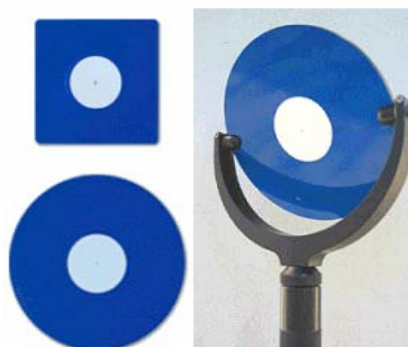
Udover at kunne visualisere den scannede punktsky på baggrund af punkternes intensitet, giver HDS3000 mulighed for visualisering med fotorealistiske farver. Scannerens indbyggede kamera kan fotografere det område, der scannes, og ved at sammenholde disse billeder med punktskyen kan pixelværdien fra billederne overføres til punkterne, så disse fremstår med fotorealistiske farver.

[Staiger, 2003]

### **A.1.5 Scanning af targets**

Når flere scans skal sammenknyttes, eller scans skal knyttes til andre observationer, er det nødvendigt med fællespunkter. Som fællespunkter anvendes ofte specialfremstillede targets, som scanneren automatisk genkender i punktskyen. Til Leicas scannere findes et udvalg af targets designet til forskellige situationer. I Figur A.11 ses de targets, der er til rådighed på AAU.

## **A.10**



Figur A.11 Forskellige targets til Leicas scannere – figuren viser kun de targets projektgruppen har til rådighed. [hds.leica-geosystems.com 1]

Disse targets er henholdsvis et kvadratisk target med en sidelængde på 3" samt et cirkulært og et sfæriske target med en diameter på 6". Leicas targets fremstilles, så de giver en let genkendelig refleksion. Dette refleksionsmønster genkendes af scanneren, der derved kan identificere et target i punktskyen. [hds.leica-geosystems.com 1]

Når et scan er udført, kan scanneren genfinde de registrerede targets, og foretage et finscan af disse med en stor punkttæthed. På baggrund af dette finscan kan targets modelleres med høj nøjagtighed i forhold til øvrige scannede objekter.

## A.2 Databearbejdning

Efter dataindsamlingen bearbejdes de indsamlede data. Ved laserscanning kan der på kort tid indsamles store mængder data, men til gengæld kan den efterfølgende databearbejdning være tidskrævende. En anvendt tommelfingerregel for forholdet mellem tidsforbrug til dataindsamling og databearbejdning ved laserscanning er 1:10. Dette er dog afhængigt af opgavens kompleksitet og brugerens erfaring med udstyret. Forløbet for databearbejdningen er illustreret ved følgende punkter:

- Kontrol af punktskyer
- Modellering af targets
- Sammenknytning af scans
- Kontrol af sammenknytning

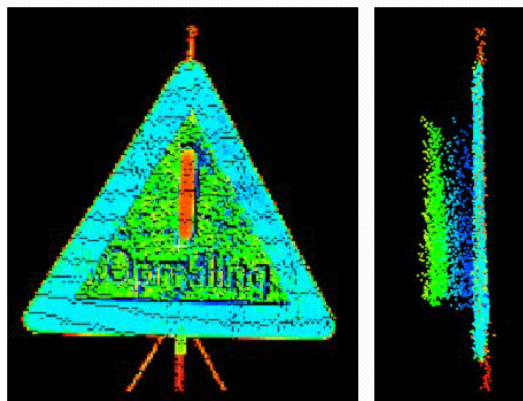
### A.2.1 Kontrol af punktskyer

Når en scanning er udført, indeholder punktskyen ofte adskillige millioner punkter. Da det ikke er muligt under scanningen at bestemme, hvor på objektet de enkelte punkter måles, vil en del af punkterne ofte være unødvendige eller fejlbehæftede. Det er derfor nødvendigt at foretage en sortering af de målte punkter. Denne sortering kan være mere eller mindre vanskelig afhængigt af, hvordan de

uønskede punkter er beliggende i forhold til det scannede objekt.

Nogle punkter måles til forkerte objekter, f.eks. en forbi passerende bil eller lignende. Disse punkter er ofte beliggende langt fra det scannede objekt, og kan derfor identificeres uden større problemer. Er de fejlbehæftede punkter i stedet placeret tæt på det scannede objekt, kan det derimod være vanskeligt visuelt at vurdere, om punkterne er fejlbehæftede. Fejlbehæftede punkter beliggende tæt på objektet skyldes ofte fejl i afstandsmålingen.

Som beskrevet i *afsnit A.1.2 Afstandsmåling* påvirkes den målte afstand af den overflade den reflekteres fra. Et forsøg udført på Aalborg Universitet illustrerer dette fænomen, se Figur A.12.



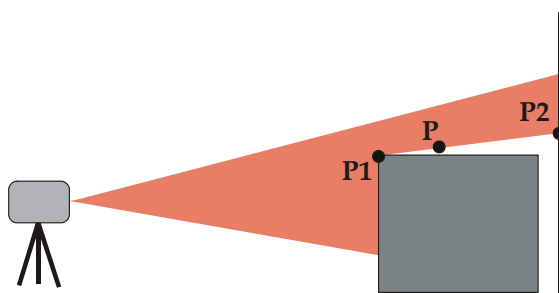
Figur A.12 Scanning af et vejskilt – til venstre ses skiltet forfra mens det til højre ses fra siden. Selvom skiltet er fladt ligger punkterne ikke i samme plan. [Frederiksen m.fl., 2003, s. 19]

Projektgruppen har ikke kendskab til, hvor meget punkterne er fejlplaceret i det konkrete forsøg, men lignende forsøg med forskellige overflader afslører fejl på centimeterniveau [Boehler m.fl., 2003, s. 2]. Denne type fejl kan være vanskelige at fjerne, da det ikke ud fra scanningen er muligt at vurdere hvilke punkter, der ligger rigtigt, og hvilke der ligger forkert.

En anden årsag til fejl på de målte afstande kan være et fænomen, som betegnes 'edge effect'. 'Edge effect' opstår, som navnet antyder, når der scannes til kanten af et objekt. En del af det udsendte signal rammer kanten af objektet, mens resten af signalet fortsætter, og reflekteres fra et bagvedliggende objekt, eller går tabt.

## A.12

Uanset hvor verificeret en laserscanner er, vil den udsendte laserstråle have en vis udbredelse, og ved scanning af afgrænsede objekter er 'edge effect' derfor uundgåeligt. Problemet bliver større i takt med, at laserstrålens foot-print bliver større. [Boehler m.fl., 2003, s. 2] Betydningen af 'edge effect' illustreres i Figur A.13.



Figur A.13: Eksempel på 'edge effect'. Den nederste del af laserstrålen reflekteres i punktet  $P_1$ , mens den øverste del af laserstrålen reflekteres fra punktet  $P_2$ . Det registrerede punkt  $P$  bliver beregnet, som et vægtet gennemsnit beliggende mellem  $P_1$  og  $P_2$ . [L10-4, 2005]

Det illustrerede eksempel er ikke gældende for alle laserscannere. Nogle scannere indrettes, så de registrerer det første reflekterede signal, mens andre registrerer det sidste reflekterede [Boehler m.fl., 2003, s. 2]. HDS3000 registrerer punkter, som et vægtet gennemsnit på baggrund af intensiteten af det reflekterede signal, illustreret på Figur A.13.

Betydningen af 'edge effect' kan variere fra få millimeter til adskillige decimeter afhængig af afstanden mellem de to objekter og mængden af reflekteret signal fra hvert objekt [Boehler m.fl., 2003].

### Sortering af punkter

Før de scannede objekter kan modelleres, er det ofte nødvendigt at fjerne de fejlbehæftede punkter. Cyclone, som er det software, der anvendes til Leicas scannere, giver mulighed for at modellere en række objekter, f.eks. flader, cylindere og sfærer, på baggrund af matematiske definitioner. Hvis det scannede objekt kan modelleres på baggrund af en af disse matematiske definitioner, giver Cyclone mulighed for automatisk frasortering af fejlbehæftede punkter.

Når parametrene er beregnet, kan der vælges en maksimumgrænse for, hvor meget et punkt må afvige fra det dannede objekt for at indgå i modelleringen af den endelige flade. Når denne værdi er valgt, modelleres fladen på baggrund af alle de punkter, der falder inden for den accepterede værdi.

[Cyra Technologies, 2005, s. 44 - 46]

## A.2.2 Modellering af targets

Scanneren kan automatisk genkende og finscane targets. Når et target er scannet, udpeges hvilken type target, det er, og Cyclone modellerer herefter det valgte target, så det passer bedst muligt med punktskyen. Når et target modelleres, fremstår det i punktskyen som et tredimensionelt kryds, hvor midten af krydset angiver centrum af target. Et modelleret target indeholder oplysninger om targettype, koordinater til targets midte, samt evt. punktnummer, der skal anvendes ved sammenknytning.

I enkelte tilfælde kan scanneren fejlagtigt udpege og registrere objekter som værende targets, selvom dette ikke er tilfældet. Dette gør sig hovedsageligt gældende for stærkt reflekterende objekter. I andre tilfælde kan scanneren finscane et target, som derefter modelleres i Cyclone, hvorefter en sammenligning af det modellerede target med punktskyen viser, at det modellerede midtpunkt ikke stemmer overens med midten af target. Den sidste situation opstår ofte, hvis et target er scannet med en lille indfaldsvinkel, eller hvis andre objekter skygger delvist for target, således at det ikke fremstår korrekt i punktskyen.

## A.2.3 Sammenknytning af scans

Sammenknytning af scans kan deles op i sammenknytning af scans i Cyclone, og sammenknytningsmetoder. Sammenknytning i Cyclone beskriver hvilke muligheder, der findes i programmet, mens sammenknytningsmetoderne beskriver sammenknytningen generelt.

### A.2.3.1 Sammenknytning i Cyclone

Sammenknytning af scans foregår i programdelen CycloneRegister, og beskrives på baggrund af [Cyra Technologies, 2005]. En sammenknytning betegnes i Cyclone som 'registration' og beskrives som: *den proces hvor et projekts ScanWorlds integreres i ét koordinatsystem* [Cyra Technologies, 2002, s. 31]. Et ScanWorld er Cyclones betegnelse for en eller flere punktskyer scannet i samme opstilling, og dermed i samme koordinatsystem.

Sammenknytningen i et fælles koordinatsystem sker ved, at der i de ScanWorlds, der skal sammenknyttes, udpeges sammenhænge mellem de enkelte punktskyer. Disse sammenhænge kan være objekter eller punktdata, som eksisterer i begge punktskyer. De kan udpeges manuelt, eller Cyclone kan automatisk gennemgå punktskyerne for brugbare sammenhænge.

Ved scanning med HDS3000 opdeles punktskyen i en række SubScans for hver 1,5mio punkter. I så fald er det hensigtsmæssigt inden den egentlige sammenknytning at samle disse SubScans til én samlet punktsky. Da alle SubScans fra en opstilling er i samme koordinatsystem, kræver sammensætning af SubScans ikke overlap.

Efter udpegning af scans vælges et home ScanWorld, som indeholder det valgte koordinatsystem. Et home ScanWorld kan indeholde enten en punktsky, eller en række punkter oprettet på baggrund af en koordinatliste. Herefter kan Cyclone foretage en sammenknytning på baggrund af de udpegede sammenhænge. Når denne er udført, dannes en transformationsrapport, *constraint list*, som indeholder residualer for hvert enkelt element i sammenknytningen. Hvis denne gennemføres tilfredsstillende, godkendes den, og herefter kan der arbejdes videre i den samlede punktsky.

Til hvert ScanWorld oprettes automatisk et ControlSpace, som er et vindue, der indeholder alle de targets og punktskyer i det pågældende ScanWorld, der anvendes til sammenknytningen.

Der er forskellige måder, hvorpå objekter eller punktskyer kan registreres i ControlSpace:

- Targets modelleres på baggrund af finscanning
- Targets modelleres på baggrund af punktsky
- Objekt modelleres og tildeles registreringslabel
- Objekt eller punktsky kopieres fra et ScanWorld til tilhørende ControlSpace

Når de objekter/punktskyer, der skal danne grundlag for sammenknytningen, er at finde i de enkelte ControlSpace, kan sammenhængen mellem de enkelte ScanWorlds skabes automatisk eller manuelt. Vælges det at lade Cyclone finde sammenhængene automatisk, registreres først alle objekter med samme identifikation, og herefter gennemses punktskyen for objekter eller punktskyer, som er geometrisk ens. Defineres sammenhængene manuelt, er det brugeren, der udpeger hvilke objekter/punktskyer, der skal sammenholdes.

[Cyra Technologies, 2005]



### A.2.3.2 Sammenknytningsmetoder

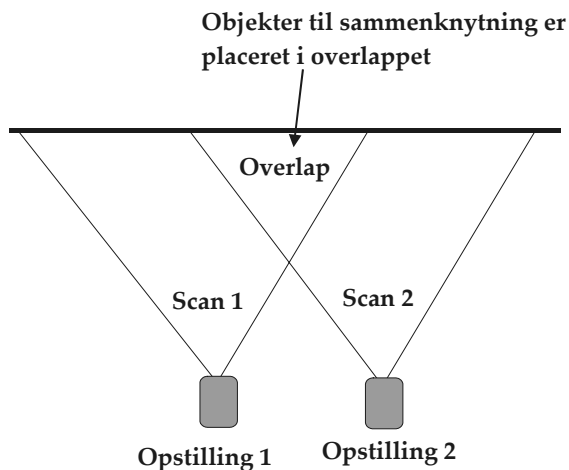
I kapitel 3 *Problemformulering* nævnes tre metoder til sammenknytning af scans:

- Sammenknytning vha. punktskyer
- Sammenknytning vha. targets
- Sammenknytning vha. udgangssigte

Hvilken metode, der er mest anvendelig til et konkret projekt, afhænger bl.a. af hvilken scanner, der anvendes, samt om de scannede punkter skal sammenknyttes med andre typer observationer eller transformeres til et andet koordinatsystem. I dette afsnit gennemgås de tre metoder.

#### Sammenknytning vha. punktskyer

Sammenknytning uden targets kræver, at det scannede objekt indeholder genkendelige elementer, som kan bruges til sammenknytning, samt at tilstrækkeligt mange af disse elementer er placeret i overlappet mellem de scans, der skal sammenknyttes. Cyclone bruger strukturen i punktskyen til at genkende forskellige geometriske former, som kan identificeres i de enkelte scans. De former Cyclone kan genkende, er bl.a. flader, linjer, keglespidser, sfærer og cylindre. [Cyra Technologies, 2005] Figur A.14 illustrerer sammenknytning vha. punktskyer.



Figur A.14: Viser sammenknytning vha. punktsky. Objekter til sammenknytning placeres i overlappet. [L10-4, 2005]

Når sammenknytningen foretages vha. punktskyer, er det ikke nødvendigt at definere, om punktskyen f.eks. er en cylinder, blot den har en geometrisk form, Cyclone kan genkende. Sammenknytning vha. punktskyer kræver, at de punktskyer, der ønskes anvendt i sammenknytningen, manuelt kopieres til de enkelte ScanWorlds ControlSpace.

Sammenknytning vha. punktskyer er hovedsageligt anvendeligt, når opgaven ikke kræver tilknytning til et andet koordinatsystem, end det der er defineret i scanneren. Eller i de situationer hvor det ikke er muligt at placere targets.

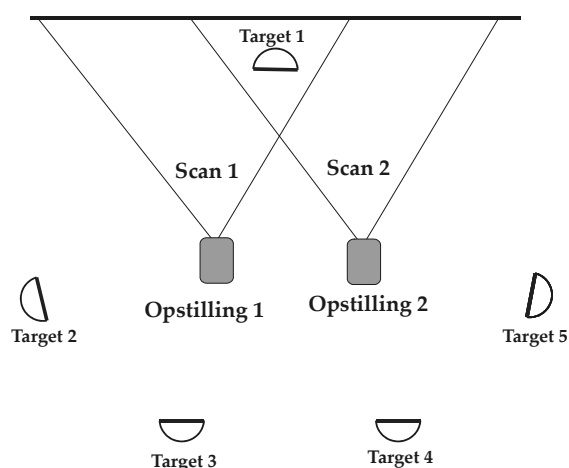
Da sammenknytning vha. punktskyer oftest anvender geometrisk genkendelige former på det objekt, der skal scannes, medfører det, at alle sammenknytningsobjekter skal være i overlappet mellem de to scans. Skal flere scans sættes sammen i en række, kræver det ekstra omhyggelighed, da en fejl i sammenknytningen af de første to scans vil forplante sig til de øvrige.

Når der foretages sammenknytning vha. punktskyer, er det vigtigt at kontrollere, om sammenknytningen forløber korrekt. Dette beskrives nærmere under *afsnit A.2.4 Kontrol af sammenknytning*.

### Sammenknytning vha. targets

Sammenknytning vha. targets er den metode, der anvendes oftest. Når targets indmåles og modelleres, som beskrevet i de foregående afsnit, kan de anvendes som objekter ved sammenknytningen. I forbindelse med modelleringen af targets tildeles disse en identifikation, der automatisk registreres i ControlSpace. Det er herved muligt at sammenknytte to scans, uden at der manuelt udpeges sammenhænge, blot de indeholder de samme targets, og disse tildeles samme identifikation. Targets kan placeres enten i overlappet mellem scans,

eller omkring opstillingspunkterne, jf. *kapitel 2 Foranalyse*. Sidstnævnte illustreres på Figur A.15.



Figur A.15: Viser sammenknytning vha. target. De fem target placeres, så de omkranser de to opstillingspunkter. [L10-4, 2005]

Fordelen ved at anvende targets er, at disse kan bestemmes med stor nøjagtighed, hvilket sikrer den bedst mulige sammenknytning. Herudover anvendes targets ofte, når det samlede scan ønskes orienteret i et andet koordinatsystem, end det der er defineret i scanneren. Dette kan lade sig gøre ved at indmåle targets med totalstation i det ønskede koordinatsystem.

Sammenknytning vha. targets giver ofte bedre mulighed for at sikre en god geometri i sam-

menknytningen end, hvis der sammenknyttes på baggrund af punkttskyen. Dette skyldes, at targets kan placeres, hvor det er mest hensigtsmæssigt i forhold til det, der skal scannes og placeringen af scanneren. Især med en panoramascanner giver dette gode muligheder for planlægning af geometri, da placering af targets ikke begrænses af scanningsfeltet.

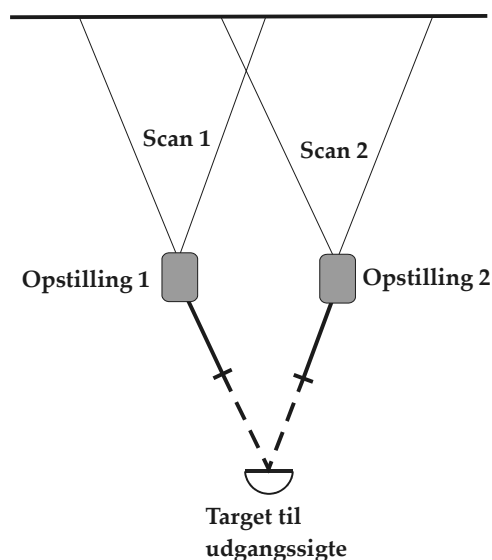
Orientering af scanneren vha. targets kan sammenlignes med polær måling fra en fri opstilling, hvor orienteringen kræver mindst tre udgangsretninger, eller to udgangsretninger med tilhørende afstande. Ved polær måling tilstræbes det at arbejde med lange udgangssigter, hvilket derfor også må gælde for laserscanneren, dog inden for den afstand laserscanneren er specificeret til at kunne måle. Skal flere scans sættes sammen i en række, kræver det ekstra omhyggelighed, da en fejl i sammenknytningen af de første to scans vil forplante sig til de øvrige.

Når der foretages sammenknytning vha. targets, er det vigtigt at kontrollere, om sammenknytningen forløber korrekt. Dette beskrives nærmere under *afsnit A.2.4 Kontrol af sammenknytning*.

## A.18

### Sammenknytning vha. udgangssigter

Denne sammenknytningsmetode forudsætter, at der anvendes en scanner, som kan opstilles over et punkt, f.eks. HDS3000. Figur A.16 illustrerer sammenknytning vha. udgangssigter. Sammenknytning vha. udgangssigter er i princippet det samme som sammenknytning vha. targets, men idet scanneren kan opstilles over et punkt, kræves der færre targets for at orientere scanneren. Samtidig er behovet for overlap mellem scans mindre end ved sammenknytning vha. targets og punkttsky.



Figur A.16: Sammenknytning vha. udgangssigter. [L10-4, 2005]

Før en scanning udføres, giver Cyclone mulighed for at indtaste koordinater til scannerens

opstillingspunkt samt en instrumenthøjde. Derudover giver Cyclone mulighed for at indtaste koordinater for ét udgangssigte. Hvis dette target scannes og modelleres, kan Cyclone, således fastlægge koordinatsystemet ud fra koordinaterne til scanneren og det anvendte target.

Hvor sammenknytning vha. targets kan sammenlignes med polær opmåling fra fri opstilling, kan sammenknytning vha. udgangssigter sammenlignes med polær opmåling fra kendt punkt. Ved polær opmåling fra kendt punkt kan opmålingen orienteres vha. et enkelt udgangssigte (et blindt polygontræk), men i praksis anvendes der så vidt muligt minimum to for at have overbestemmelse. HDS3000 giver kun mulighed for et enkelt udgangssigte, og der er derved ikke mulighed for overbestemmelser.

Projektgruppen har interviewet Morten Hellemann fra Landinspektørfirmaet Nellemann & Bjørnkjær, jf. Bilag B1, som har erfaring med HDS3000. Han tilkendegiver, at de ikke anvender metoden, da de opfatter det som en ekstra fejkilde at centrere scanneren over et punkt.

Når der foretages sammenknytning vha. udgangssigte, er det vigtigt at kontrollere, om sammenknytningen forløber korrekt. Dette beskrives nærmere under *afsnit A.2.4 Kontrol af sammenknytning*.

### **A.2.4 Kontrol af sammenknytning**

Efter sammenknytningen fås en transformationsrapport indeholdende residualer for sammenknytningspunkterne. Hvis der er flere fælles objekter/punktskyer til rådighed, end nødvendigt for at foretage sammenknytningen, kan disse anvendes til at styrke sammenknytningen, eller som kontrol. Hvis et sæt af fællesobjekter, f.eks. targets, er markeret som 'disabled', indgår de ikke i sammenknytningen, men der beregnes stadig residualer hertil.

Det enkelte residual vurderes i forhold til de øvrige. Hvis et eller flere af sammenknytningspunkterne har residualer, der er højere end forventet, er der forskellige måder at justere sammenknytningen på, enten ved at udelade punkter eller vægte dem forskelligt.

Det er muligt visuelt at kontrollere sammenknytningen. Er et targets centrum bestemt forkert, eller er der fejl i nummereringen, vil dette ofte medføre store residualer. Kan fejlen

ikke rettes, kan punktet udelades af sammenknytningen, eller punkterne kan vægtes, så det fejlbehæftede punkt får mindre indflydelse på transformationen end de øvrige punkter. I manualen til Cyclone tilrådes det, at et punkt kun tildeles lavere vægtning, hvis der er en formodning om, at dette punkt er dårligere bestemt end de øvrige. Transformationsrapporten skal ikke tages som et direkte udtryk for det enkelte targets nøjagtighed.

[Cyra Technologies, 2005]

### **A.3 Datapræsentation**

Under dette afsnit gennemgås forløbet fra den sammenknyttede punktsky til den færdige model. Det skal bemærkes, at modelleringen delvist kan foretages inden de forskellige punktskyer sammenknyttes. Gennemgangen opdeles i:

- Modellering
- Datareduktion
- Eksport til CAD

#### **A.3.1 Modellering**

Modelleringen foretages i programdelen CycloneModel, der indeholder forskellige modelleringemetoder, de mest generelle er:

- 'Fit to cloud'
- 'Region grow'
- 'Mesh'

##### **'Fit to cloud'**

'Fit to cloud' anvendes til at modellere geometriske objekter, som er foruddefineret i Cyclone. Cyclone er programmeret til at genkende en række geometriske former, såsom cylindre, flader og sfærer. Fælles for disse geometriske former er, at de beskrives ved en række matematiske parametre. Når der modelleres vha. 'fit to cloud', udvælges den del af punktskyen, der skal modelleres, og det vælges hvilken geometrisk model, punktskyen repræsenterer. Algoritmen for den geometriske model udfører en multidimensional minimering på baggrund af parametrene til den valgte overflade. Som eksempel har en sfære fire parametre i form af  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -koordinater og en radius. Algoritmen finder den kombination af parametrene, der bedst passer til punktskyen. Den bedste kombination er, når den gennemsnitlige afstand mellem punkterne og sfæren er nul.

## **A.20**

[Cyra Technologies, 2005, s. 258 - 260]

### **'Region grow'**

En anden metode til modellering af geometriske objekter kaldes 'region grow'. Denne metode er hurtigere end 'fit to cloud', da den kun kræver udvælgelse af få punkter. Dette betyder dog, at metoden ofte er mindre nøjagtig end 'fit to cloud', ligeledes kan den kun anvendes til modellering af planer, cylindre og sfærer. Når et objekt modelleres vha. 'region grow', markeres enkelte punkter på objektet, og det vælges hvilken objekttype, der skal modelleres. Der skal udpeges minimum så mange punkter, at alle objektets parametre kan fastlægges, hvilket f.eks. for en flade er ensbetydende med tre punkter.

Vælges det at modellere f.eks. en flade vha. 'region grow', bestemmes fladens beliggenhed på baggrund af de valgte punkter, mens fladens udstrækning bestemmes af hvor mange andre punkter, der er beliggende i dette plan. Derfor skal der, udover de tre punkter, angives en maksimal tykkelse af fladen. Denne tykkelse angiver, hvor langt et punkt må være beliggende fra den oprindelige flade for at indgå i den endelige flade.

Modellering vha. 'region grow' er velegnet til at identificere fejlbehæftede punkter, da disse ofte falder uden for den valgte tykkelse.

[Cyra Technologies, 2005, s. 338 - 339]

### **'Mesh'**

Hvis det scannede objekt har en form, der ikke kan beskrives vha. de i Cyclone definerede objekttyper, fortages modelleringen vha. metoden 'mesh'. Et 'mesh' består af et net af trekanter dannet ud fra punkterne i punktskyen (på samme måde som en digital terrænmodel). Den dannede overflade udgør dermed en sammenhængende flade bestående af et net af trekanter.

Modellering vha. 'mesh' har den ulempe, at den dannede overflade ikke bliver plan, da alle punkter anvendes. Der sker derfor ingen forbedring af nøjagtigheden, ligesom datamængden ikke reduceres.

Der findes tre former for 'mesh':

- 'Basic meshing'
- 'Complex meshing'
- 'TIN meshing'

'Basic meshing' og 'complex meshing' danner trekanter ud fra, at punkterne ligger tæt på hinanden, således at trekanterne bliver mindst mulige i omkreds. Disse to metoder kan kun anvendes på én punktsky ad gangen. 'TIN meshing' kan anvendes på sammensatte punktskyer, og benytter en anderledes metode til trekantdannelse end de to øvrige. Når et objekt modelleres vha. 'TIN meshing' vælges en vertikalretning, som er den retning, trekanterne orienteres i. Når det første punkt til en trekant er valgt, søger Cyclone efter punkter ved at følge vertikalretningen. Dette medvirker, at trekanterne dannet ved 'TIN meshing' ofte bliver aflange, og giver en mere ujævn overflade end de to øvrige.

[Cyra Technologies, 2005, s. 60-63]

## **A.4 Datareduktion**

Pga. de store datamængder, der indsamles ved laserscanning, vil det ofte være nødvendigt med en datareduktion. Modelleres det scannede objekt vha. 'fit to cloud' eller 'region grow', sker datareduktionen automatisk, da de dannede objekter beskrives vha. få parametre. Modelleres objekterne i stedet vha. 'mesh' sker der ingen datareduktion, og denne må i stedet foretages enten før eller efter modelleringen.

## **A.22**

Foretages datareduktion inden modelleringen, sker det i form af en punktudtynding. De scannede punktskyer opfattes som et firkantet grid med en bestemt punktafstand. Cyclone kan reducere dette grid til kun at indeholde f.eks. hvert andet eller hvert fjerde punkt henholdsvis horisontalt og vertikalt. Vælges det f.eks. at reducere punktskyen, således at denne kun indeholder hvert andet punkt horisontalt og vertikalt, bliver den samlede punktmængde reduceret til en fjerdedel af det oprindelige. Dataudtynding før modellering har den ulempe, at der ikke tages hensyn til, hvad de fjernede punkter repræsenterer i punktskyen.

[Cyra Technologies, 2005, s. 336 - 337]

Foretages datareduktionen i stedet i det dannede 'mesh', kan dette reduceres til en given procentdel af det originale 'mesh'. Reduceres et 'mesh' til f.eks. 50%, samles de oprindelige trekanter til halvt så mange større trekanter. I forhold til datareduktion inden modelleringen har metoden den fordel, at de yderste trekanter i modellen bevares, og objektets afgrænsning er således uændret efter udtyndingen.

[Cyra Technologies, 2005, s. 210 - 213]

### ***A.5 Eksport til CAD***

Når datapræsentationen i Cyclone er udført, kan resultatet eksporteres til og præsenteres i CAD. Det er muligt at eksportere såvel punktskyer som modellerede objekter.

Ved at importere de modellerede objekter i diverse CAD-programmer, er det muligt at måle afstande, visualisere i 3D, tilføje farve til de modellerede objekter og sætte andre typer målinger sammen med det modellerede objekt.



Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

**A.24**

---

## B Fejlteori

---

Dette appendiks har til formål at fastlægge hvilken metode, der er anvendelig til at opfylde kravet om en nøjagtighed for de etablerede punkter på 1,5mm, som er den specificerede nøjagtighed for targets. Valg af metode tager udgangspunkt i fejlteoretiske beregninger for de forskellige målemetoder. De fejlteoretiske beregninger omfatter både etablering af punkter og laserscanning.

For at undersøge dette, beregnes en forventet punktspredning for hver enkelt måling, dvs. for hver enkelt punkttype, der skal etableres, og for indmåling af targets med laserscanning. Gennemgangen af fejlteori tager udgangspunkt i følgende punkter:

- Fastlæggelse af beregningsparametre
- Nøjagtighed af opstillingspunkter
- Nøjagtighed af udgangssigtepunkter
- Nøjagtighed af kontrolpunkter
- Laserscanning
- Sammenfatning

### ***B.1 Fastlæggelse af beregningsparametre***

Inden de fejlteoretiske beregninger kan gennemføres, er det nødvendigt med kendskab til de ønskede instrumenter.

Der tages stilling til hvilke instrumenter, der skal anvendes, da specifikationerne for de forskellige instrumenter anvendes til fejlregningerne. Valg af instrumenter sker ud fra nøjagtighedskravene til opmålingen. Det, der skal beregnes fejlteori på, er de punkter, der beskrives i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*. Endeligt bestemmes de fejlbidrag, der har betydning ved opstilling af instrument og som ikke afhænger af målemetode.

#### **B.1.1 Instrumenter**

Som baggrund for beregningerne anvendes de specificerede nøjagtigheder for de følgende instrumenter:

- Scanneren Leica HDS3000
- Nivellerinstrumentet Leica DNA03
- Totalstationen Leica TCA1800

- Totalstationen TCRA1105

De omtalte instrumenter vælges, da det er dem, projektgruppen er fortrolige med, og som forventes at kunne opfylde nøjagtighedskravet på 1,5mm. Viser beregningerne, at de ønskede nøjagtigheder ikke overholdes, må anvendelsen af alternative instrumenter og målemetoder overvejes. Specifikationerne for de valgte instrumenter er som vist i Figur B.1.

Instrument-specifikationer	TCA 1800	TCRA 1105	HDS 3000	DNA03
$\sigma_r$ [mgon]	0,3	1,0	3,8	-
$\sigma_v$ [mgon]	0,3	1,0	3,8	-
$\sigma_g$ [mm]	2	2	4	-
$\sigma_a$ [mm/km]	2	2	-	-
$\sigma_k$ [mm/ $\sqrt{\text{km}}$ ]	-	-	-	1
$\sigma_{\text{target}}$ [mm]	-	-	1,5	-

Figur B.1: Viser specifikationerne for de anvendte instrumenter. [Jensen, 2002, s. 126] [Leica, 1996, s. 191] [hds.leica-geosystems.com 3]

### B.1.2 Fejlbidrag

Til indmåling af punkter anvendes totalstation og nivellerinstrument. Der etableres forskellige typer af punkter til hvert deres formål, jf. *kapi-*

## B.2

*tel 6 Planlægning af opmåling.* Punkterne, der skal etableres, er kontrolpunkter til kontrol af nøjagtigheden af sammenknytningerne, udgangssigtepunkter, der bl.a. skal anvendes til opstilling af targets, og opstillingspunkter, hvor undersøgelsen skal foregå fra.

I forbindelse med beregningen af fejlbidrag skal der tages stilling til hvor mange satser, der skal anvendes. Det vælges at anvende to satser ved måling med totalstation. Dette valg tager udgangspunkt i, at det ønskes at have ekstra overbestemmelser til beregning af punkterne, samt at tidsforbruget matcher den nøjagtighed, der opnås.

Centreringsspredningen,  $\sigma_c$ , sættes i alle beregninger til 1mm for opstilling af instrument og sigteskiver, da alle centreringer udføres vha. fodstykker med optisk lod. Punkterne tilstræbes udformet, så midten af disse er tydeligt markeret. Disse etableres med træpløkker, hvori punktet afmærkes med et søm.

Instrumenthøjder og sigteskivehøjder måles med tommestok, og spredningen på en målt højde sættes til 2mm. På tidligere semestre er spredningen på en højde målt med tommestok sat til 5mm. Det vurderes dog, at det ved om-

hyggelig måling vil være muligt at måle højderne med en spredning på 2mm.

## B.2 Nøjagtighed af opstillingspunkter

Det ønskes at etablere to opstillingspunkter, 1 og 2, hvorfra der skal foretages et scan fra hvert opstillingspunkt. Disse punkter skal anvendes til indmåling af de øvrige punkter, hvorfor de skal indmåles med høj nøjagtighed, så fejlbidraget for disse punkter ikke forringer nøjagtigheden af de øvrige ved opmålingen. Afsnittet deles op i følgende:

- Nøjagtighed for punkt 1
- Nøjagtighed for punkt 2

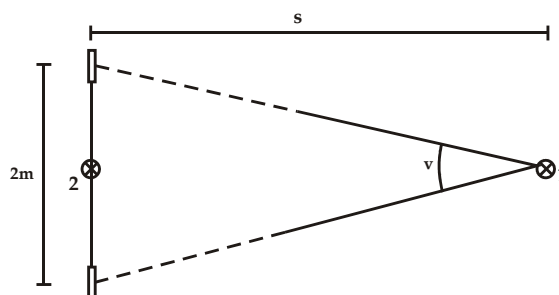
### B.2.1 Nøjagtighed for punkt 1

Punkt 1 anvendes som udgangspunkt for det lokale koordinatsystem og tildeles koordinaterne (100, 100, 10). Punkt 1 defineres som fejlfrit, da punktet ikke påvirkes af fejlbidrag fra instrumenterne ved etableringen, hvoraf følgende punktspredning fremkommer:

$$\sigma_{P_1} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} = 0$$

### B.2.2 Nøjagtighed for punkt 2

Afstanden mellem de to opstillingspunkter skal bestemmes med høj nøjagtighed, da denne er baggrund for koordinaterne til punkt 2. For at finde den korrekte afstand  $s$  mellem punkt 1 og 2 anvendes basislægtmåling. Metoden vælges, da den er mere nøjagtig end traditionel afstandsmåling med totalstation (elektrooptisk distancemåling - EDM). Dette skyldes, at fejlen på afstandsmåleren i en totalstation ofte er større end fejlen på en målt vinkel. Ved basislægtmåling bestemmes afstanden på baggrund af vinkler, se Figur B.2. [Jacobi m.fl., 1998, s. 112]



Figur B.2: En basislægte placeres i punkt 2, og denne indmåles med totalstation fra punkt 1. [L10-4, 2005]

Når basislægten er 2,000m, kan afstanden  $s$  mellem de to opstillingspunkter beregnes som følger:

## B.3

$$s = \cot\left(\frac{\nu}{2}\right) \quad (\text{B.1})$$

[Jacobi m.fl., 1998, s. 113]

Hvor  $\nu$  er vinklen illustreret i Figur B.2. Spredningen for en afstand, der bestemmes med basislægtmåling, beregnes ud fra Formel (B.2):

$$\sigma_s = \frac{s^2}{2} \cdot \sigma_r \quad (\text{B.2})$$

[Jacobi m.fl., 1998, s. 113]

Hvor  $\sigma_r$  er spredningen på en målt retning, der for TCA1800 er 0,3mgon.

Til sammenligning beregnes spredningen for en afstand målt med EDM efter Formel (B.3):

$$\sigma_s^2 = \sigma_g^2 + (\sigma_a \cdot s \cdot 10^{-3})^2 + \sigma_c^2 \quad (\text{B.3})$$

[Jensen, 2002, s. 16]

Hvor  $\sigma_g$  er instrumentets grundfejl,  $\sigma_a$  er den afstandsafhængige fejl,  $s$  er afstanden,  $\sigma_c$  er summen af centreringsspredningen for instrument og sigteskive, dvs.  $\sigma_c^2 = \sigma_{ci}^2 + \sigma_{cp}^2$ .

## B.4

Figur B.3 indeholder tre situationer for beregnede spredninger på forskellige afstande. To situationer med basislægtmåling, hvor spredningen på en retning er henholdsvis 1 og 0,3mgon, samt en situation med EDM, der beregnes på baggrund af, at TCA1800 anvendes.

	s [m]	10	20	40	80
$\sigma_r = 1$ mgon		0,8	3,1	12,6	50,4
$\sigma_r = 0,3$ mgon	$\sigma_s$ [mm]	0,2	0,9	3,8	15,1
EDM		2,5	2,5	2,6	2,9

Figur B.3: Viser hvilke spredninger, der kan opnås ved basislægtmåling for forskellige afstande og med forskellige spredninger på en horisontalretning. Endvidere viser figuren hvilke nøjagtigheder, der kan opnås med EDM ved anvendelse af TCA1800. [Jacobi, 1998, s. 113][L10-4, 2005]

Ud fra Figur B.3 ses det, at EDM er dårligere end basislægtmåling, derfor fastholdes valget om at anvende basislægtmåling til bestemmelse af afstanden mellem punkt 1 og 2.

I *kapitel 6 Planlægning af opmåling* bestemmes det, at afstanden mellem de to opstillingspunkter skal være ca. 10m. Da der anvendes et instrument med en spredning på 0,3mgon på en målt horisontalretning, bliver den forventede

spredning på den målte afstand 0,2mm, jf. Figur B.3.

Punkt 2 etableres, således at linjen fra 1 til 2 er parallel med muren og i en afstand af 10m fra punkt 1. Punkt 2 tildeles koordinaterne  $(100+s, 100, 10+\Delta H)$ , hvor  $s$  er afstanden mellem de punkt 1 og 2, og  $\Delta H$  er højdeforskellen fra punkt 1 til punkt 2, denne bestemmes vha. et præcisionsnivelement, jf. *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

Der tages ikke højde for spredningen på længden af basislægten, da denne kan udelades, pga. at afstanden mellem basislagte og totalstation er større end 2m. [Jacobi, 1998, s. 113]

Højdeforskellen  $\Delta H$  bestemmes vha. et præcisionsnivelement, hvor spredningen kan beregnes som:

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \frac{L}{2} \cdot \sigma_k \quad (\text{B.4})$$

[Jensen, 2002, s. 25]

Hvor  $L$  er længden af den strækning, der nivelleres i km.

Spredningen på højden beregnes for  $L=10\text{m}$  til:

$$\sigma_{\Delta H} = \frac{L}{2} \cdot \sigma_k = 0,1\text{mm}$$

Ud fra fejlbidragene fra spredningen på en afstand beregnet med basislægtemåling, og spredningen på en højdeforskel fremkommet ved nivellement, kan den forventede punktspredning for punkt 2 beregnes vha.:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_{\Delta H}^2} \quad (\text{B.5})$$

Herudfra bliver den forventede punktspredning for punkt 2:

$$\sigma_P = \sqrt{0,2^2 + 0,1^2} = 0,2\text{mm}$$

Den forventede punktspredning beregnes ud fra det ideelle tilfælde, hvor ingen ydre faktorer har betydning. I praksis har især vinden betydning for hvor gode resultater, der kan opnås, derfor er forventningen om at opnå en punktspredning på 0,2mm ikke realistisk.

### **B.3 Nøjagtighed af udgangssigtepunkter**

Udgangssigtepunkterne bestemmes i et lokalt koordinatsystem. Dette gøres ved at etablere punkterne og indmåle dem med totalstation,

samt foretage et præcisionsnivellement i forhold til opstillingspunkt 1. En anden mulighed er at indmåle udgangssigtepunkter med GPS, men da det er tilstrækkeligt med lokale koordinater, og nøjagtigheden med GPS er dårligere end terrestrisk måling, og dermed ikke kan opfylde nøjagtighedskravet på 1,5mm.

Det vælges at anvende polær måling i beregningerne, da det vurderes, at det er denne metode, der er mest anvendelig til indmåling af punkter i terræn. Ved beregning af spredningen i højden anvendes præcisionsnivellement, da det ud fra erfaringer, er denne metode, der opnår den bedste nøjagtighed.

Punktspredningen for udgangssigtepunkterne bestemmes efter Formel (B.6):

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (\text{B.6})$$

Punktspredningen kan deles op i plan og højde.

Skitser over de etablerede punkters placering findes i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

Punkterne indmåles med polær måling med TCA1800, hvor den plane punktspredning beregnes efter Formel (B.7):

$$\sigma_{xy}^2 = \sqrt{\frac{\sigma_s^2 + \sigma_\beta^2 \frac{s^2}{\omega^2}}{2}} \quad (\text{B.7})$$

[Borre, 1993, s. 145]

Hvor  $\sigma_s$  beregnes efter Formel (B.3),  $s$  er afstanden fra opstillingspunkt til detailpunkt,  $\omega = 200/\pi$  og  $\sigma_\beta$  beregnes efter Formel (B.8):

$$\sigma_\beta^2 = \frac{\sigma_r^2}{n_{Hz}} + \left(\frac{\sigma_c \omega}{s}\right)^2 + \frac{\sigma_r^2}{n_{Hz}} + \left(\frac{\sigma_c \omega}{S_B}\right)^2 \quad (\text{B.8})$$

[Jensen, 2002, s. 9]

Hvor  $\sigma_r$  er spredningen på en horisontalretning målt med en sats,  $n_{Hz}$  er antallet af sats,  $\sigma_c$  er centreringsspredningen for både instrument og prisme,  $s$  er afstanden fra opstillingspunkt til udgangssigtepunkt, 10m, der skal indmåles,  $S_B$  er afstanden mellem opstillingspunkt og detailpunkt.  $\omega = 200 \text{ gon}/\pi$ . [Jensen, 2002, s. 66]

Spredningen på højden beregnes ved hjælp af Formel (B.9):

## B.6

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \frac{L}{2} \cdot \sigma_k^2 \quad (\text{B.9})$$

[Jensen, 2002, s. 25]

$\sigma_k^2$  er kilometerspredningen, der afhænger af det valgte instrument. Den specificerede kilometerspredning,  $\sigma_k$ , er for DNA03 på  $1\text{mm}/\sqrt{\text{km}}$ .  $L$  er den nivellerede strækning, denne afstand beregnes på baggrund af de foreløbige koordinater fra *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

I Figur B.4. ses de forventede punktspredninger for de enkelte udgangssigtepunkter.

Pkt.	$\sigma_{xy}$ [mm]	$\sigma_{\Delta H}$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]	$s_B$ [m]	$L$ [m]
100	2,8	0,5	2,8	17,326	17,326
200	2,5	0,4	2,5	12,658	14,000
300	4,1	0,6	4,1	32,502	28,000
400	3,4	0,5	3,4	25,498	18,200
500	5,8	0,6	5,8	50,247	25,000
600	3,4	0,6	3,5	25,501	25,000
700	3,2	0,8	3,3	22,588	48,283
800	4,6	0,6	4,6	37,502	28,000
900	8,4	0,5	8,4	75,167	17,328

Figur B.4: De forventede spredninger for udgangssigtepunkterne på baggrund af de foreløbige koordinater beregnet med et udgangssigte på 10m. [L10-4, 2005]

Målet er, at de etablerede kontrolpunkter bestemmes med en spredning, der ikke overstiger 1,5mm. Da udgangssigtepunkterne skal anvendes som grundlag til bestemmelse af kontrolpunkterne, skal udgangssigtepunkterne bestemmes med en spredning af samme størrelsesorden og gerne bedre. Som det ses af Figur B.4, overholder udgangssigtepunkterne ikke en nøjagtighed på 1,5mm, hvor især punkterne 500 og 900 har store spredninger i forhold til de øvrige punkter.



Årsagen til, at punkt 500 og 900 er dårligere end de øvrige udgangssigtepunkter, kan skyldes afstanden mellem instrument og detailpunkt, da udgangssigtet for den polære opmåling kun er 10m. Dette er ikke langt nok, når der måles afstande, der er så lange, som det er tilfældet for punkt 500 og 900.

#### **B.4 Nøjagtighed af kontrolpunkter**

Bestemmelsen af koordinater til punkterne, der skal anvendes til kontrolpunkter, foretages vha. fremskæring med opstilling i henholdsvis punkt 1 og 2. Fremskæring vælges, da erfaringer viser, at det er denne målemetode, der kan opnå den bedste nøjagtighed ved indmåling af punkter på mur. Kontrolpunkterne er de punkter, der placeres på muren i kanten og midtfor. De placeres i midten, da de skal være i overlappet. Kontrolpunkterne skal anvendes i forbindelse med kontrol af laserscanningsresultaterne. Det er vigtigt, at disse punkter bestemmes med en nøjagtighed bedre end det, der kan opnås med laserscanner, dvs. bedre end 1,5mm.

Bestemmelsen af nøjagtigheden for kontrolpunkterne foregår efter samme fremgangsmåde som for bestemmelsen af punkter til ud-

gangssigter. Dvs. punktspredningen bestemmes således:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (\text{B.10})$$

Den plane punktspredning ved fremskæring bestemmes vha. Formel (B.11):

$$\sigma_{xy}^2 = \frac{(b^2 + c^2)}{2 \cdot \sin^2(P)} \cdot \frac{\sigma_\beta}{(200/\pi)^2} \quad (\text{B.11})$$

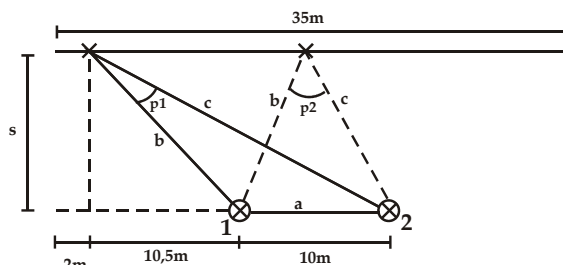
[Borre, 1993, s. 145]

Hvor  $P$  beregnes på baggrund af cosinusrelationen, der gennemføres således:

$$P = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \quad (\text{B.12})$$

$b$  og  $c$  er de samme for både Formel (B.11) og Formel (B.12).  $a$  er 10m, da det er afstanden mellem punkt 1 og 2. Vha. Pythagoras kan  $b$  og  $c$  beregnes ud fra målene opgivet i Figur B.5.

## **B.8**



Figur B.5: Skitse over indmåling af kontrolpunkter med fremskæring. Afstanden  $s$  er i *kapitel 6 Planlægning af opmåling* bestemt til at være 15m. [L10-4, 2005]

$\sigma_\beta$  beregnes således:

$$\sigma_\beta^2 = \frac{\sigma_r^2}{n_{Hz}} + \left( \frac{\sigma_c \omega}{s} \right)^2 + \frac{\sigma_r^2}{n_{Hz}} + \left( \frac{\sigma_c \omega}{S_B} \right)^2 \quad (\text{B.13})$$

En beskrivelse af indholdet af Formel (B.13) findes i *afsnit B.3 Nøjagtighed af udgangssigtepunkter*.

Da der ikke kan nivelleres til punkterne på muren, indmåles disse i stedet ved rummelig fremskæring, hvor spredningen på højden beregnes som for et trigonometrisk nivellment. Spredningen for højden beregnes ved hjælp af følgende Formel (B.14)

$$\sigma_{\Delta H}^2 \approx (-S_d \cdot \sin V)^2 \frac{\sigma_v^2}{n_v \omega^2} + \left( \frac{S_d^2}{2R} \right)^2 \sigma_k^2 + \sigma_{ih}^2 + \sigma_{sh}^2$$

(B.14) [Jensen, 2002, s. 29]

Hvor  $S_d$  er den skrå afstand fra enten opstillingspunkt 1 eller 2 til kontrolpunkt, for punkt 1 er den 18,310m og for punkt 2 er den 25,402,  $V$  er zenitdistancen,  $\sigma_v$  er spredningen på en zenitdistance,  $n_v$  er antallet af satser,  $R$  er jordens radius, der sættes til 6386000m,  $\sigma_k$  er fejlbidraget fra refraction på 0,13,  $\sigma_{ih}$  og  $\sigma_{sh}$  er fejlbidraget fra måling af instrument- og sigteskivehøjde. Fejlbidraget fra instrumenthøjden sættes til 2mm, og fejlbidraget fra sigteskivehøjden sættes til 0, da der ikke kan måles en sigteskivehøjde for kontrolpunkterne.

Da der inden målingen ikke kendes en zenitdistance for kontrolpunkterne, gennemføres beregningerne med udgangspunkt i en zenitdistance på 100gon. Derfor beregnes der kun spredninger for tre kontrolpunkter.

Ud fra formlerne for beregning af punktspredning for fremskæring, indeholder Figur B.6 resultatet af beregningerne.

Pkt.	$\sigma_{xy}$ [mm]	$\sigma_{\Delta H}$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]	b [m]	c [m]
1002	1,4	4,4	4,6	18,310	25,402
1005	0,6	3,9	3,9	15,811	15,811
1008	1,3	5,7	5,9	25,402	18,310

Figur B.6: Forventet punktspredninger for kontrolpunkter. [L10-4, 2005]

Spredningerne for de tre beregnede kontrolpunkter varierer fra 3,9mm til 5,9mm. Målet er en punktspredning, der ikke overstiger 1,5mm. Det kan derfor konkluderes, at de planlagte måleprocedurer ikke er tilstrækkeligt nøjagtige.

## B.5 Laserscanning

Specifikationerne for HDS3000 giver kun begrænsede muligheder for beregning af punktspredning og fejlbidrag ved laserscanning.

Spredningen på en vinkel for en afstand fra 1 – 50m, både horisontal og vertikal, er på 3,8mgon, og spredningen på en målt afstand er 4mm.

Det er imidlertid andre forhold, der gør sig gældende for targets, da disse bestemmes på baggrund af adskillige punkter, samt kendskab til et targets geometri. Det er ifølge speci-

fikationerne til HDS3000 muligt at opnå en punktspredning for et target på 1,5mm i en afstand af maksimalt 50m fra scanneren.

## B.6 Sammenfatning

Dette appendiks har til formål at klarlægge fejlteorien, der anvendes til beregning af følgende punktspredninger:

- Opstillingspunkter
- Kontrolpunkter
- Udgangssigtepunkter

Resultatet af beregningerne samles i Figur B.7.

De omtalte punktspredninger tager udgangspunkt i teorien omkring anvendelse af traditionelle landmålingsinstrumenter. Til undersøgelsen af nøjagtigheden for forskellige sammenknytningsmetoder anvendes en laserscanner. Der findes ikke nogen fejlteori på området, og det der er, bygger på erfaringer fremkommet ved forskellige undersøgelser. Derfor vælges det at tage udgangspunkt i specifikationerne til HDS3000, og så må erfaring vise, om det er en nøjagtighed, det er muligt at overholde.

## B.10

Nøjagtigheden for opstillingspunkter er bedre end 1,5mm, hvorfor disse vurderes at kunne bestemmes med tilstrækkelig nøjagtighed, således at de øvrige punkter kan indmåles på baggrund af den valgte metode.

Kontrolpunkterne og udgangssigtepunkterne skal bestemmes med en punktspredning, der ikke overstiger 1,5mm. Ud fra Figur B.7 ses det, at dette krav ikke overholdes. Det vurderes, at en ændring i valg af instrumenter ikke vil få betydning for resultaterne, i stedet skal der ændres i målemetoderne.

Det vælges på baggrund af resultaterne at udføre en række testnet for at finde en målemetode, der kan forbedre spredningerne for den plane nøjagtighed for udgangssigtepunkterne og kontrolpunkterne. Spredningen på koten accepteres, da denne ikke har indflydelse på de dårlige plane nøjagtigheder. Hvilke testnet, der gennemføres, behandles i *Appendiks C Testnet*.

Et testnet anvendes til vurdering af nøjagtighederne for forskellige målemetoder. Det er ved et testnet muligt at vælge observationer til og fra, så de bedste resultater kan opnås ved opmåling.

Pkt.	Udgangssigepunkter	100	200	300	400	500
$\sigma_P$ [mm]		2,8	2,5	4,1	3,4	5,8
Pkt.		600	700	800	900	
$\sigma_P$ [mm]		3,5	3,3	4,6	8,4	
Pkt.	Kontrol- punkter	1002	1005	1008		
$\sigma_P$ [mm]		4,1	3,4	5,5		
Pkt.	Opstillings- punkter	1	2			
$\sigma_P$ [mm]		0,0	0,2			

Figur B.7: Indeholder de forventede punktspredninger for de forskellige punkttyper. [L10-4, 2005]

---

## C Testnet

---

Baggrunden for at udarbejde testnet er at forbedre resultaterne af målemetoderne til indmåling af udgangssigtepunkter og kontrolpunkter, da disse ikke opfylder kravene til en nøjagtighed bedre end 1,5mm ud fra beregningerne i *Appendiks B Fejlteori*.

For at klarlægge hvilke nøjagtigheder, der kan forventes af de observerede punkter med en bestemt måleprocedure, beregnes et testnet. Det vælges at gennemføre testnettet med tre forskellige målemetoder; polygonmåling, polær måling og fremskæring. Det vælges at beregne et testnet for udgangssigtepunkterne ved polære måling, således der kan tegnes konfidensellipser, som viser hvilken indvirkning, spredningen har på punkternes x- og y-koordinater.

Ved beregning af testnet til udgangssigtepunkterne anvendes:

- Fremskæring
- Polær måling
- Polygonmåling

Ved beregning af testnet til kontrolpunkterne anvendes:

- Fremskæring
- Polær måling

Til testnettet anvendes programmet TurboNet og matlabscriptet Test\_P udarbejdet af Karsten Jensen [Jensen, 2003, s. 190]. Der anvendes to programmer, idet ingen af programmerne kan håndtere alle tre typer målinger. For at vurdere kvaliteten af testnettet er det nødvendigt at se på, hvor god præcisionen af de etablerede punkter er. Følgende punkter gennemgås:

- Teori
- Testnet
- Resultater
- Sammenfatning

### C.1 Teori

Når et punkts koordinater er udjævnet, er det muligt at beskrive præcisionen af dette punkt enten ved kovariansmatricen, eller ved en grafisk fremstilling kaldet konfidensellipser. Dette afsnit behandler disse to emner.

### Kovariansmatricen

Kovariansmatricen  $\sum_{\hat{x}}$  beskriver udjævnede punkters præcision.  $\sum_{\hat{x}}$  er et udtryk for geometrien i udjævningen og målenøjagtigheden.

Et vigtigt element i resultatet af udjævningen er præcisionen. Det er muligt at vurdere præcisionen af en udjævning på baggrund af den a posteriori kovariansmatrice for elementerne,  $\sum_{\hat{x}}$ , som er givet ved Formel (C.1):

$$\sum_{\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T C A)^{-1} \quad (\text{C.1})$$

[Cederholm, 2000, s. 59]

Inden en udjævning påbegyndes, estimeres den a priori variansfaktor  $\sigma_0^2$  til 1. Det er denne værdi, der sammenlignes med den a posteriori variansfaktor,  $\hat{\sigma}_0^2$ , efter udjævningen. Hvis  $\hat{\sigma}_0^2 = 1$  er observationerne i udjævningen vægtet korrekt. Hvis  $\sigma_0^2 = 1$  indsættes i Formel (C.1) i stedet for  $\hat{\sigma}_0^2$ , ser udtrykket således ud:

$$\sum_{\hat{x}} = (A^T C A)^{-1} \quad (\text{C.2})$$

[Cederholm, 2000, s. 59]

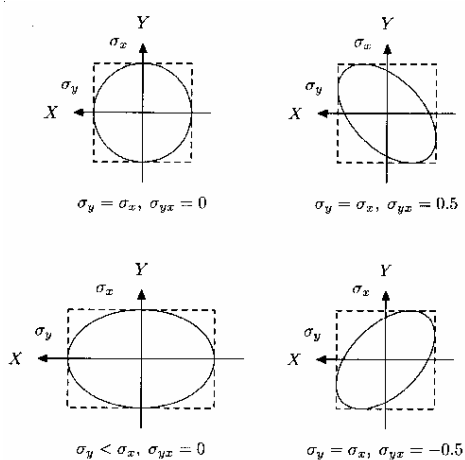
I Formel (C.2) indgår ingen observationer, og derfor kan kovariansmatricen opstilles, uden der skal indsamles observationer. På denne måde er det muligt at vurdere, hvor godt det kan forventes at måle, uden der indsamles observationer. Designmatricen  $A$  opstilles først, når det besluttet hvilke punkter, der skal indsamles observationer imellem, og hvilken type observationer, der skal indsamles. Spredningerne estimeres og opstilles i vægmatricen  $C$  på baggrund af hvilke instrumenter, der benyttes, og hvor mange målinger, der indsamles. [Cederholm, 2000, s. 59]

Formel (C.2) kan anvendes til planlægning af et net, idet det er muligt at beregne, hvor godt der kan forventes at måle på baggrund af foreløbige koordinater til de planlagte punkter. Viser testnettet, at et koordinat ikke er bestemt tilfredsstillende, kan nettet ændres, eller der kan tilføjes ekstra observationer. Nettet kan efterfølgende genberegnes indtil den ønskede nøjagtighed opnås.

## C.2

### Konfidensellipser

Et udjævnet sæt koordinater til et punkt har en vis præcision. Denne præcision kan illustreres ved en konfidensellipse. En konfidensellipse tegnes med centrum i punktet, dens størrelse, form og orientering bestemmes af koordinaternes varianser, samt kovariansen mellem dem. Konfidensellipsen til punktet  $(x, y)$  bestemmes af  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_y^2$  og  $\sigma_{xy}^2$ . En konfidensellipse defineres ved halve storakse og halve lilleakse, samt storaksens vinkel i forhold til x-aksen. Figur C.1 viser eksempler på konfidensellipser.



Figur C.1: Eksempler på konfidensellipser.  $\sigma_{yx}$  værdiens størrelse er forholdsafhængig, og afhænger af størrelsesordenen af  $\sigma_x$  og  $\sigma_y$ . [Cederholm, 2000, s. 51]

I Figur C.1 viser ellipsen øverst til venstre tilfældet, hvor  $\sigma_x = \sigma_y$  og  $\sigma_{xy} = 0$ , også kaldet standardkonfidensellipsen. Ellipsens udstrækning er den samme i både x- og y-retningen, og ellipsens akser er sammenfaldende med koordinatsystemets akser. Ellipsen nederst til venstre illustrerer tilfældet, hvor  $\sigma_x > \sigma_y$  og  $\sigma_{xy} = 0$ , ellipsens akser er stadig parallelle med koordinatsystemets akser, men ellipsens udstrækning er større i x- end i y-retningen. Når  $\sigma_{xy} \neq 0$  så er y og x ukorreleerede. De to ellipser til højre viser situationer, hvor  $\sigma_{xy} \neq 0$ , hvilket ses ved, at ellipsens akser ikke er parallelle med koordinatsystemets akser.

Akserne i ellipsens koordinatsystem kaldes  $Y'$  og  $X'$ , hvor  $Y'$  er den halve storakse, og  $X'$  er den halve lilleakse. Standardellipsens størrelse kan derfor defineres ved  $\sigma_{X'}$  og  $\sigma_{Y'}$ , hvor  $\sigma_{X'}$  er længden af den halve lilleakse, og  $\sigma_{Y'}$  er længden af den halve storakse. Sandsynligheden for, at en estimeret værdi falder inden for en sådan konfidensellipse, er 39%. Ofte anvendes  $\pm 3\sigma$ , som svarer til en sandsynlighed på 99,7%.



[Cederholm, 2000, s. 48 - 60]

## C.2 Testnet

Beregningerne af testnettet gennemføres vha. af TurboNet og Test\_P. TurboNet anvendes ved testberegning af polygonmåling og fremskæring, mens Test\_P anvendes ved testberegning af polær måling. For at kunne forstå hvad der sker i beregningen af et testnet, er det nødvendigt med teori, der beskriver vurderingen af et testnet. Derfor opdeles afsnittet i følgende:

- TurboNet
- Test\_P

I testnettet indgår foreløbige koordinater til punkterne eller observationer, enten totalstations-, nivellements- eller GPS-observationer foretaget mellem punkterne, og målemetode samt tilhørende spredninger.

### C.2.1 TurboNet

Udjævning i TurboNet, og dermed også testberegning, foregår efter mindste kvadraters princip. Ved udjævning i TurboNet er der hovedsagelig tre forhold, der gør sig gældende i forbindelse med vurderingen af udjævningen:

- A posteriori variansfaktor
- Residualer
- Chi<sup>2</sup>

#### A posteriori variansfaktor

Efter endt udjævning fås en a posteriori variansfaktor,  $\hat{\sigma}_0^2$ , som viser, om de udjævnede observationer er tildelt en korrekt a priori spredning. Hvis  $\hat{\sigma}_0^2$  er ca. 1, svarer de a priori spredninger til de faktiske spredninger. Hvis  $\hat{\sigma}_0^2 > 1$ , er de a priori spredninger mindre end de faktiske spredninger, og der måles således dårligere end forventet, mens hvis  $\hat{\sigma}_0^2 < 1$  betyder dette, at der måles bedre end forventet.

#### Residualer

Udover den a posteriori variansfaktor giver udjævningen residualer for de udjævnede observationer. Residualet er den korrektion, den pågældende observation tildeles i udjævningen. De absolutte residualer kan imidlertid være vanskelige at vurdere, da de ikke er umiddelbart sammenlignelige, hvorfor der beregnes normaliserede residualer. Et normaliseret residual er forholdet mellem det absolutte residual og observationens a priori spredning, se Formel (C.3):

## C.4

$$r'_i = \frac{\hat{r}_2}{\sqrt{\hat{\sigma}_0^2}} \quad (\text{C.3})$$

[Cederholm, 2000, s. 48]

Det normaliserede residual kan vurderes som  $\hat{\sigma}_0^2$ . Hvis  $r'_i = 1$ , svarer residualet til den a priori spredning, mens hvis  $r'_i > 1$  betyder dette, at residualet er større end den a priori spredning. Hvis  $r'_i > 3\sigma$  vurderes observationen at være behæftet med en grov fejl. Den teoretiske sandsynlighed for at overholde  $3\sigma$  er 99,7%.

[Cederholm, 2000, s. 48 - 60]

### Chi<sup>2</sup>

Hvis der er  $n$  uafhængige observationer  $Z_1, \dots, Z_n$  fra en standard normalfordeling, så er kvadratet på summen af observationerne  $chi^2$ -fordelt med  $n$  frihedsgrader:

$$x_n = \sum_{i=1}^n z_i^2 \sim \chi^2(n) \quad (\text{C.4})$$

[statmaster.sdu.dk, 2005]

Ved endt udjævning i TurboNet angives et  $chi^2$ -interval i resultatfilen, samt en værdi for

residualkvadratsummen. Denne værdi skal ligge indenfor  $chi^2$ -intervallet for, at udjævningen er gennemført med korrekte vægte og spredninger på observationerne.

### C.2.2 Test\_P

Matlab-scriptet Test\_P anvendes til testberegninger i forbindelse med polær måling. Det er muligt at beregne spredninger for ikke kendte punkter på baggrund af minimum 2 kendte punkter. Der anvendes en koordinatfil til programmet indeholdende koordinater til de kendte punkter samt foreløbige koordinater til detailpunkter. Denne koordinatfil skal være i PCMAAL-format eller Leicas GSI8-format. Når programmet startes, vælges parametre vedrørende instrumenttype og måleindsats, hvorved disse medtages i testberegningerne. Efterfølgende indtastes et skøn for spredningen på de kendte punkter, samt en skaleringsfaktor for konfidensellipserne. Dernæst indlæses koordinatfilen, og det vælges hvilken opstillingstype, samt hvilke kendte punkter der anvendes, herefter kan testen startes. [Jensen, 2003, s. 190]

Test\_P beregner kun den plane nøjagtighed. Resultatet er konfidensellipser, og spredningerne i x og y for de enkelte detailpunkter.

### C.3 Resultater

I dette afsnit gennemgås de beregninger, der foretages i forbindelse med udførelse af testnettet i henholdsvis TurboNet og Test\_P.

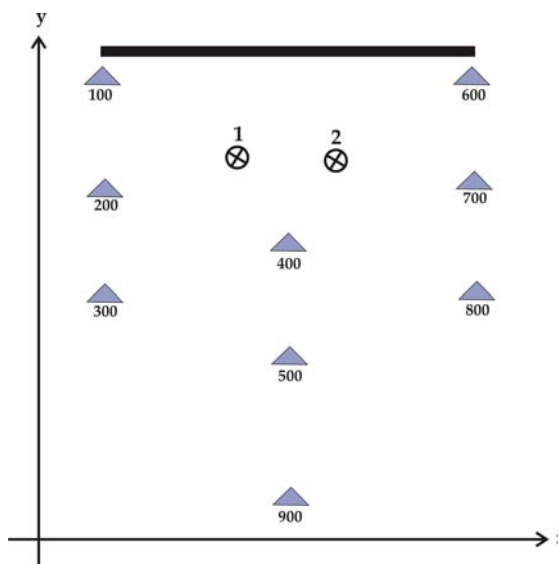
Herefter gennemgås de udvalgte målemålemetoder; polær måling, polygonmåling og fremskæring for den punkttype, hvor metoden er relevant. Opbygning af afsnittet er som følger:

- Indmåling af udgangssigtepunkter
- Indmåling af kontrolpunkter

Når metoderne til indmåling af punkter er gennemgået, og de forventelige spredninger er beregnet, vælges en af metoderne på baggrund af den forventelige nøjagtighed i en sammenfatning.

Inden testnettet kan beregnes, er det nødvendigt at kende foreløbige koordinater til punkterne, samt vide hvilke observationer, der skal indsamles. De punkter, der indgår i testnettet, er de to opstillingspunkter (1 og 2), de ni udgangssigtepunkter (100 – 900), se Figur C.2, samt de ni kontrolpunkter. De foreløbige koordinater oplyses i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

### C.6



Figur C.2: De blå trekanten er udgangssigtepunkter, mens 1 og 2 er opstillingspunkterne.

Ved beregningerne i TurboNet, er det nødvendigt at anvende koordinater i System 34 (S34), da TurboNet ikke kan regne i andre koordinatsystemer. Punkt 1 tildeles derfor koordinaten (200.000m, 328.864m), idet dette er et punkt i S34, hvor afstandskorrektionen er nul. At afstandskorrektionen er nul betyder, at de målte afstande, der alle er under 100m, ikke skal korrigeres. Punkt 2's koordinater i S34 beregnes på baggrund af punkt 1. De øvrige punkter omregnes ikke, idet de foreløbige koordinater ikke indgår i testberegningerne. De anvendes til beregning af afstande, horisontalretninger og zenitdistancer, som skal indgå i beregningerne af detailpunkterne i TurboNet.

### C.3.1 Indmåling af udgangssigtepunkter

I dette afsnit gennemgås testberegningerne for udgangssigtepunkter og resultatet. Testberegningerne, der gennemføres, er:

- Fremskæring
- Polær måling
- Polygonmåling

Da der gennemføres et præcisionsnivelement for at få en kote til punkterne, ses der bort fra z ved testberegning af målemetoderne.

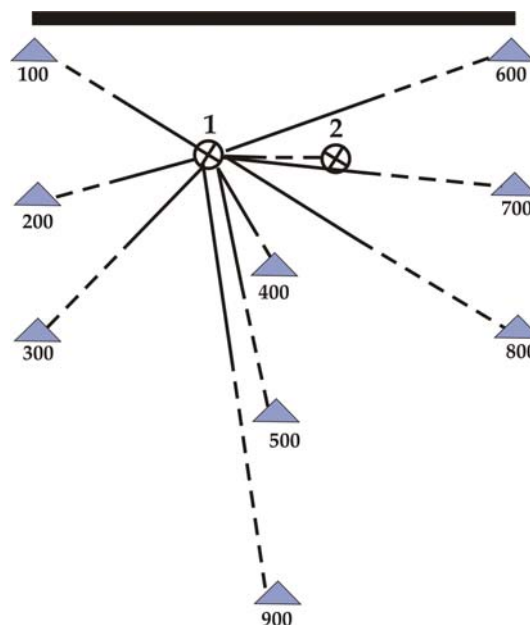
#### Fremskæring

Ved testberegning af målemetoden fremskæring indgår følgende opstillede observationer i landfilen, jf. Bilag B5:

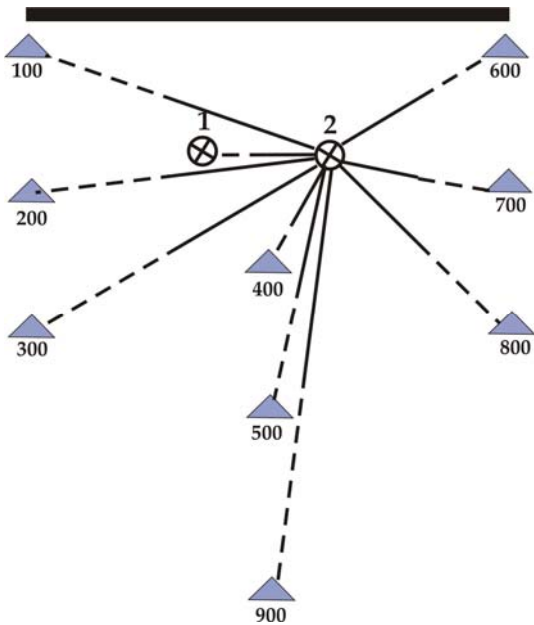
- Horisontalretninger
- Zenitdistancer

Der stilles op i punkt 1 og foretages udgangssigte til punkt 2, se Figur C.3, og omvendt ved opstilling i punkt 2, se Figur C.4. Der sigtes til de øvrige ni punkter (100 – 900) fra begge opstillinger, og der måles med to satser. Der be-

regnes en horisontalretning og en zenitdistance til alle udgangssigtepunkter.



Figur C.3: Observationer der foretages fra punkt 1. [L10-4, 2005]



Figur C.4: Observationer der foretages fra punkt 2. [L10-4, 2005]

Den forventede spredning på en målt horisontalretning bestemmes ud fra Formel (C.5), jf. *Appendiks B Fejlteori*:

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sigma_r^2}{n_r} + \left( \frac{\sigma_c \omega}{s_F} \right)^2 + \frac{\sigma_r^2}{n_r} + \left( \frac{\sigma_c \omega}{s_T} \right)^2 \quad (\text{C.5})$$

[Jensen, 2002, s. 9]

Den forventede spredning på en målt zenitdistance bestemmes efter Formel (C.6):

$$\sigma_v = \tan^{-1} \left( \frac{\sigma_{\Delta H}}{S_d} \right) \quad (\text{C.6})$$

[Cederholm, 2000, s. 64]

Hvor  $S_d$  er den skrå afstand mellem to punkter.  $\sigma_{\Delta H}$  beregnes efter Formel (B.4) i *Appendiks B Fejlteori*.

Afstandene, der anvendes til beregning af Formel (C.5) og Formel (C.6), beregnes på baggrund af de foreløbige koordinater i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

Den opstillede land-fil med spredninger, horisontalretninger og zenitdistancer fremgår af Bilag B5

Når alle spredningerne, horisontalretningerne og zenitdistancerne er opstillet, kan testnettet beregnes i TurboNet. Resultat fra TurboNet er en resultat-fil, jf. Bilag B5. Denne fil indeholder de beregnede koordinater til de ni udgangssigtepunkter, samt en tilhørende forventet punktspredning i både x, y og z.

Ujævningen i TurboNet giver en spredning på vægtenheden på 0,752, denne værdi skal være tæt på 1. Da den er mindre end 1, måles der bedre end forventet. Udjævningen accepteres

## C.8

på baggrund af dette, samt at  $\text{Chi}^2$  intervallet overholdes med  $4,4 < 6,8 < 23,3$ . Resultatet af udjævningen er forventede punktspredninger til de ni udgangssigtepunkter, der fremgår af Figur C.5.

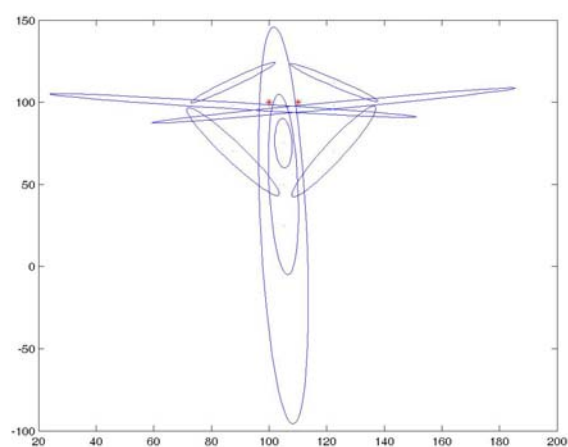
Punktnr.	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_{xy}$ [mm]
100	16,1	13,8	21,2
200	72,6	8,1	73,1
300	18,4	31,1	36,1
400	3,5	17,3	17,7
500	6,9	63,4	63,8
600	17,3	12,7	21,5
700	72,6	12,7	73,7
800	17,3	32,3	36,6
900	10,4	139,5	139,9

Figur C.5: De forventede punktspredninger for udgangssigtepunkterne ved fremskæring. [L10-4, 2005]

Den gennemsnitlige punktspredning for udgangssigtepunkterne beregnes ved:

$$\sigma_{xy_{mid}} = \sqrt{(\sum \sigma_x / 9)^2 + (\sum \sigma_y / 9)^2} = 53,1 \text{ mm}$$

Resultatfilen indeholder ligeledes beregningerne af konfidensellipser for referencenetet. Disse ses i Figur C.6.



Figur C.6: Konfidensellipser for nettet indmålt ved fremskæring. De røde kryds er opstillingspunkterne. Konfidensellipsernes halve storakse og halve lilleakse er skalleret med 1000 i forhold til koordinatsystemets akser. [L10-4, 2005]

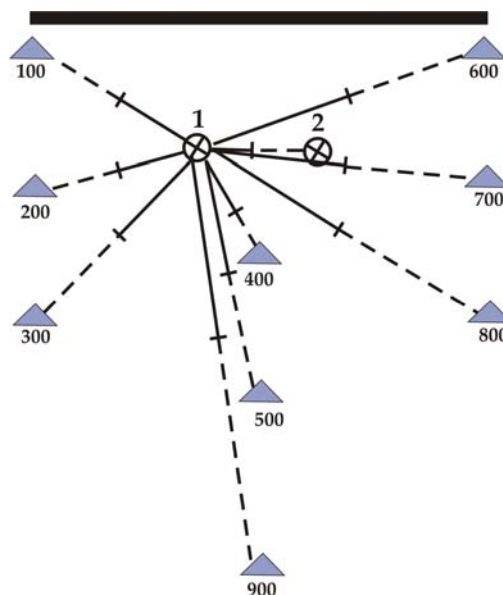
Som det ses af både Figur C.5 og Figur C.6, er det udgangssigtepunkterne tættest på de to opstillingspunkter, der bestemmes med den bedste nøjagtighed. Nøjagtigheden falder jo større afstanden er mellem udgangssigtepunkterne og opstillingspunkterne. Dette skyldes den korte afstand mellem opstillingspunkterne på 10m. Hvis afstande med den længde, som

der anvendes ved udgangssigtepunkterne, skal indmåles med fremskæring, skal afstanden mellem opstillingspunkterne være større for at forbedre vinklen, hvormed punkterne indmåles. Ved fremskæring er den optimale vinkel mellem 80 og 120gon.

### Polær måling

Testberegningen af polær måling foretages i programmet Test\_P, da TurboNet ikke kan udjævne polære målinger, dette skyldes, at der kun er observationer fra én opstilling. TurboNet skal have observationer fra mindst to opstillinger for at kunne udjævne.

Der opstilles de samme typer observationer, som ved fremskæring, dog inddrages også afstanden mellem punkterne. Ved polær måling foretages målingerne fra et punkt, se Figur C.7.



Figur C.7: Punkterne 100 – 900 indmåles polært fra punkt 1. [L10-4, 2005]

Test\_P beregner punktspredninger og konfidensellipser for alle punkterne på baggrund af oplysninger om instrumentspecifikationer og antal målinger. Da totalstationen TCA1800 anvendes, er det specifikationerne for denne der vælges, jf. *Appendiks B Fejlteori*. Ligesom ved fremskæring måles der med 2 satser. Programmet skal endvidere have oplyst opstillingspunktets koordinater.

Når testberegningerne gennemføres i Test\_P er resultatet en spredning i x og y for alle involverede punkter. Resultatfilen findes i Bilag B5. Spredningerne for testnettet ses i Figur C.8.

## C.10

Punktnr.	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_{xy}$ [mm]
100	1	2	2,2
200	1	2	2,2
300	3	1	3,2
400	3	1	3,2
500	5	1	5,1
600	1	2	2,2
700	1	2	2,2
800	3	2	3,6
900	8	1	8,1

Figur C.8: De forventede spredninger for udgangssigtepunkterne ved polær måling. [L10-4, 2005]

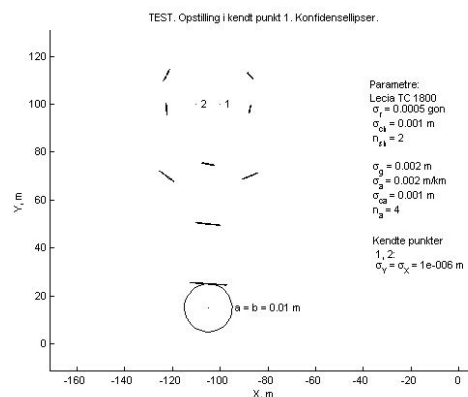
Den gennemsnitlige punktspredning for nettet, hvis det indmåles ved polær måling er:

$$\sigma_{xy_{mid}} = \sqrt{(\sum \sigma_x / 9)^2 + (\sum \sigma_y / 9)^2} = 3,3mm$$

De beregnede spredninger overholder ikke kravet om en nøjagtighed bedre end 1,5mm. Det er hovedsageligt punkt 500 og 900, der giver de største problemer. Dette skyldes sandsynligvis det korte udgangssigte i forhold

til de afstande, der er ud til især punkt 500 og 900. Det kan ses, at afstanden til udgangssigtet har betydning ved, at det hovedsageligt er spredningen i x-retningen, der er dårligst, se Figur C.9.

Konfidensellipserne kan give et indtryk af svaghederne i nettet, disse er tegnet i Figur C.9.



Figur C.9: Konfidensellipser for nettet indmålt ved polær måling. [Test\_P]

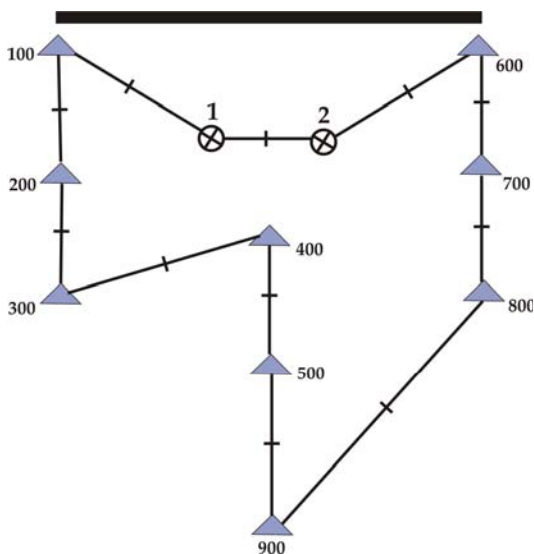
Ud fra Figur C.9 kan det ses, at afstanden har betydning for størrelsen af ellipserne. Ellipserne er alle cigarformet, dette tyder på, at der kun er usikkerhed i målingerne i én retning. Det er tydeligt at se, at det er det korte udgangssigte, der giver problemer, da ellipserne tættere på opstillingspunkterne er mindre. Det klarlægges baggrund af konfidensellipserne i



hvilken retning, spredningen på punkterne er størst. Det vurderes derfor, at resultatet vil kunne forbedres, hvis der måles polært fra begge opstillingspunkter pga. flere overbestemmelser og med længere udgangssigte.

### Polygonmåling

Udover fremskæring og polær måling overvejes polygonmåling som en mulighed. Beregning af polygonmåling tager udgangspunkt i Figur C.10.



Figur C.10: Polygonmåling af udgangssigtepunkterne. [L10-4, 2005]

Ved polygonmåling opstilles instrumentet i alle punkterne i referencenetet. Der måles horisontalretninger, zenitdistancer og afstan-

de. I hver opstilling sigtes til det foregående punkt og det efterfølgende punkt i nettet. Der måles ligeledes med to satser. Der beregnes horisontalretninger, zenitdistancer og afstande ud fra de foreløbige koordinater i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*. Disse opstilles i en land-fil, jf. Bilag B5. Ved polygonmåling i TurboNet skal der også beregnes spredninger for de nævnte observationer. For horisontalretninger og zenitdistancer anvendes Formel (C.5) og Formel (C.6), der beskrives under *Fremskæring*. Derudover skal der beregnes en spredning for afstanden mellem udgangssigtepunkterne. Denne beregnes således:

$$\sigma_s^2 = \sigma_g^2 + (\sigma_a \cdot s \cdot 10^{-3})^2 + \sigma_c^2 \quad (C.7)$$

[Jensen, 2002, s. 16]

Indholdet af Formel (C.7) beskrives i *Appendiks B Fejlteori*, afstanden  $s$  fremkommer på baggrund af beregninger ud fra de foreløbige koordinater i *kapitel 6 Planlægning af opmåling*.

Ved beregning af testnettet for polygonmåling anvendes TurboNet. Resultatet er en resultatfil, jf. Bilag B5, indeholdende spredningerne på  $x$  og  $y$  til punkterne samt beregning af konfidensellipser.

## C.12

Spredningen på vægtenheden er for polygonmåling 2,146. Denne værdi er større end 1, dvs. der måles dårligere end forventet. Samtidig overholdes Chi<sup>2</sup> intervallet på [14,6 ; 43,2] ikke med værdien 124,4. For at forbedre resultatet af udjævningen, skal der anvendes flere kendte punkter, og de skal placeres løbende rundt i nettet. De forventede spredninger ved testberegning af polygonmåling ses i Figur C.11.

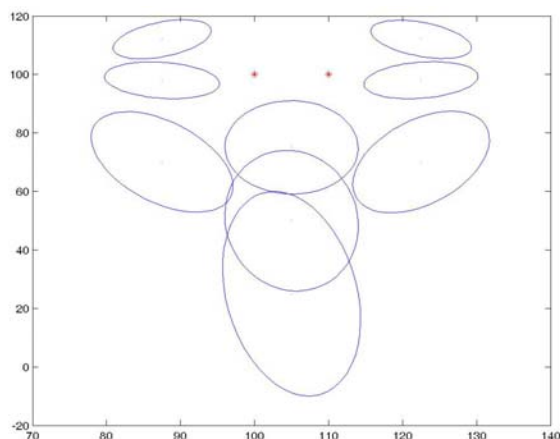
Punktnr.	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_{xy}$ [mm]
100	7	6	9,2
200	7	8	10,6
300	17	10	19,7
400	16	9	18,4
500	24	9	25,6
600	6	7	9,2
700	7	8	10,6
800	17	9	19,2
900	35	9	36,1

Figur C.11: De forventede spredninger for udgangspunkterne ved polygonmåling. [L10-4, 2005]

Den gennemsnitlige punktspredning for nettet, hvis det indmåles ved polygonmåling, er:

$$\sigma_{xy_{mid}} = \sqrt{(\sum \sigma_x / 9)^2 + (\sum \sigma_y / 9)^2} = 17,7 \text{ mm}$$

Ingen af spredningerne for udgangssigtepunkterne overholder kravet om en nøjagtighed bedre end 1,5mm. For at illustrere nøjagtigheden af punkterne, tegnes der konfidensellipser, se Figur C.12.



Figur C.12: Konfidensellipser for nettet indmålt ved polygonmåling. Konfidensellipsernes halve storakse og lilleakse er skalleret med 1000 i forhold til koordinatsystemets akser. [L10-4, 2005]

For at forbedre nettet, skal det planlægges anderledes, dvs. placeringen af punkter skal ændres, og der skal inddrages flere kendte punkter.

### C.3.2 Indmåling af kontrolpunkter

Kontrolpunkterne skal ligeledes indmåles, og kan indmåles med:

- Fremskæring TCA1800
- Polær måling TCRA1105

I *Appendiks B Fejlteori* beregnes en forventet spredning for kontrolpunkterne, hvor de indmåles med fremskæring med opstilling i punkt 1 og 2. Resultatet af denne beregning overholder ikke kravet om at være bedre end 1,5mm, derfor skal der findes en bedre målemetode til indmåling af kontrolpunkter. I dette afsnit bestemmes det for hvilken metode, der kan opnås den bedste nøjagtighed på baggrund af konfidensellipser og punktspredninger. Der regnes spredninger for både x, y og z, da det ikke er muligt at nivellere til punkterne på muren.

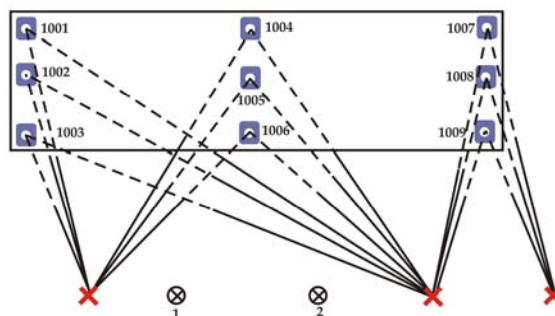
#### Fremskæring

Ved testberegning af målemetoden fremskæring indgår følgende observationer i land-filen med tilhørende spredninger, jf. Bilag B5:

- Horisontalretninger
- Zenitdistancer

Beregning af ovenstående punkter tager udgangspunkt i de samme beregninger som ved fremskæring af udgangssigtepunkterne. Til beregningen anvendes en zenitdistance på 100gon, da den kan repræsentere punkterne, der placeres som midterste række af kontrolpunkterne, dvs. punkt 1002, 1005 og 1008.

Beregningen af fremskæring for kontrolpunkter foregår ud fra, at der foretages tre frie opstillinger. Opstillingerne er illustreret i Figur C.13.



Figur C.13: Viser de frie opstillinger i forhold til muren. [L10-4, 2005]

Udjævningen i TurboNet giver en spredning på vægtenheden på 0,529. Denne værdi er under 1, hvilket vil sige at der måles bedre end forventet. Intervallet for Chi<sup>2</sup> testen er [65,6 ; 118,1], men da teststørrelsen er 25,1, overholdes intervallet ikke. Ingen ændringer i indholdet af land-filen, dvs. større spredning på ob-

## C.14

servationerne, ændrer resultatet af udjævningen, derfor accepteres denne. Resultat af udjævningen oplyses i Figur C.14 og Bilag B5.

Punktnr.	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_z$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]
1002	3	1	1	3,3
1005	1	1	1	1,7
1008	2	1	1	2,4

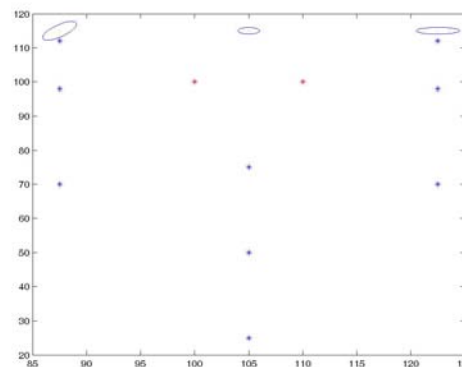
Figur C.14: Den forventede spredning for kontrolpunkter med fremskæring. [L10-4, 2005]

$$\sigma_{P_{mid}} = \sqrt{(\Sigma\sigma_x/3)^2 + (\Sigma\sigma_y/3)^2 + (\Sigma\sigma_z/3)^2}$$

$$= 2,4\text{mm}$$

For punkt 1002 kan placeringen af opstillingerne være for dårlig til, se Figur C.13, at nøjagtighedskravet kan opfyldes. For punkt 1008 er vinklen i forhold til opstillingerne måske for spids. Den optimale vinkel for fremskæring er mellem 80 og 120gon. Punkt 1005 er den, der klarer sig bedst, det kan skyldes, at vinklerne for opstillingerne opfylder det førnævnte krav.

Konfidensellipserne i x og y for kontrolpunkterne ved fremskæring illustreres i Figur C.15.



Figur C.15: Konfidensellipserne for indmåling af kontrolpunkter ved fremskæring. Konfidensellipserne er skaleret med 1000. [L10-4, 2005]

Ved frie opstillinger regnes der tilbageskæring til udgangssigterne for at beregne koordinatet til det punkt, instrumentet opstilles over. Ved opstilling over et punkt påvirkes målingerne af et eventuelt fejlbidrag fra centrering og måling af instrumenthøjde samt sigteskivehøjden. Ved frie opstillinger kommer fejlbidraget fra tilbageskæringen, dvs. at de punkter, der indmåles fra den frie opstilling, påvirkes af nøjagtigheden af punkterne, der anvendes til udgangssigter.

Der tages ikke højde for ovenstående forhold ved den teoretiske beregning af testnet. Hvis metoden vælges til indmåling af kontrolpunkter, inddrages spredningerne på udgangssigtepunkterne i udjævningen.

### Polær måling

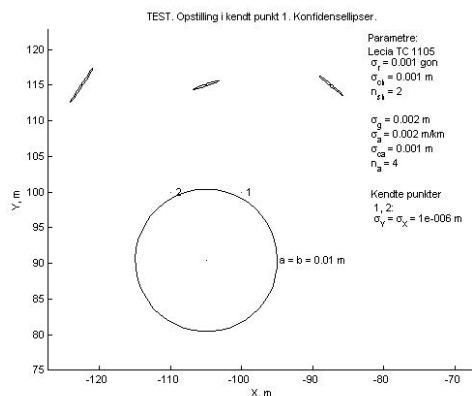
Spredningen i x og y ved polær indmåling af kontrolpunkter beregnes vha. Test\_P med opstilling i punkt 1 og udgangssigte til punkt 2. Spredningen i z beregnes som et trigonometrisk nivellement, se *Appendiks B Fejlteori*. Resultaterne fra beregning af  $\sigma_z$  i *Appendiks B Fejlteori* anvendes her.

Den forventede spredning i x, y og z for polær måling beregnes på baggrund af resultaterne fra Test\_P, se Figur C.16.

Punktnr.	$\sigma_x$ [mm]	$\sigma_y$ [mm]	$\sigma_z$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]
1002	2	1	4	4,6
1005	2	1	3,9	4,5
1008	2	2	5,9	6,5

Figur C.16: Den forventede spredning for kontrolpunkter med polær måling. [L10-4, 2005]

Resultaterne fra Test\_P illustreres ved konfidensellipser for x og y, se Figur C.17. Resultatfilen fra Test\_P findes i Bilag B5.



Figur C.17: Konfidensellipser for kontrolpunkterne indmålt ved polær måling. [Test\_P]

Ud fra konfidensellipserne ses det, at det er spredningen i x-retningen, der er dårligst. Dette skyldes sandsynligvis det korte udgangssigte. Forskellen mellem længden af udgangssigtede og afstanden mellem opstillingspunkt og kontrolpunkt er på mellem 5 og 15m. Det kan ses på konfidensellipserne, at punktet med den korteste afstand er den med den mindste konfidensellipse. Konfidensellipserne er små under 5mm.

Det ses af Figur C.16, at det er i z, spredningen er dårligst. Uden z opnås en spredning i x og y på 2,4mm.

### C.4 Sammenfatning

Efter at have beregnet spredninger for hver af de tre metoder til indmåling af udgangssigtepunkterne, samt de to metoder til indmåling af kontrolpunkterne, kan metoderne sammenlignes. Den gennemsnitlige punktspredning for de ni udgangssigtepunkter ses i Figur C.18.

Udgangssigtepunkter	
Metode	$\sigma_{xy}$ [mm]
Fremskæring	53,1
Polær måling	3,3
Polygonmåling	17,7

Figur C.18: De gennemsnitlige punktspredninger for de tre målemetoder til indmåling af udgangssigtepunkter. [L10-4, 2005]

Som det ses af Figur C.18, er det ved polær måling, den bedste nøjagtighed kan forventes for udgangssigtepunkterne. Punktspredningen, der kan forventes, er på 3,3mm. Derfor vælges det at anvende denne metode til indmåling af udgangssigtepunkterne. En punktspredning på 3,3mm er ikke tilstrækkeligt, når der ønskes en nøjagtighed bedre end 1,5mm. Det vælges at gennemføre den polære måling fra begge opstillingspunkter, således spredningen i x nedbringes. På den måde opnås

overbestemmelse, hvorved resultatet kan forbedres.

Den gennemsnitlige punktspredning for de ni kontrolpunkter ses i Figur C.19.

Kontrolpunkter	
Metode	$\sigma_p$ [mm]
Fremskæring	2,4
Polær måling	5,2

Figur C.19: De samlede punktspredninger for de to målemetoder til indmåling af kontrolpunkter. [L10-4, 2005]

I Figur C.19 ses det, at fremskæring opnår den bedste nøjagtighed. Der er dog ingen af målemetoderne, der opnår en spredning på 1,5mm. Erfaring fra tidligere semestre viser, at det er muligt at opnå en nøjagtighed bedre end 2,4mm ved fremskæring. Ud fra Figur C.19 vælges det at indmåle kontrolpunkterne ved fremskæring fra tre frie opstillinger. Ved anvendelsen af denne metode, skal der ved beregningen af koordinater til kontrolpunkterne tages højde for fejlbidraget fra udgangssigtepunkterne, som kontrolpunkterne måles ind i forhold til. Dette gøres ved at inddrage spredningen for udgangssigtepunkterne i udjævningen af kontrolpunkterne i TurboNet.

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

**C.18**

---

## Litteraturliste

---

## A

[Andersen, 2003]

Ib Andersen

'Den skinbarlige virkelighed – om vidensproduktion inden for samfundsvidenskaberne'

2. udgave, 2. oplag 2003

Samfundslitteratur 2002

ISBN 87-593-0915-6

\*

## B

[Boehler m.fl., 2002]

Wolfgang Boehler og Andreas Marbs

'3D scanning instruments'

Tyskland 2002

Se Bilag B6

\*

[Boehler m.fl., 2003]

W. Boehler, M. Bordas Vicent og A. Marbs

'Investigating laser scanner accuracy'

Tyskland 2003

Se Bilag B6

\*

[Borre, 1993]

Kai Borre

'Landmåling'

1993

2. udgave

ISBN: 87-984210-2-6

\*

## C

[Cyra Technologies, 2002]

Cyra Technologies

'Cyclone 4.0 – User's Manual'

San Remon 2002

\*

[Cyra Technologies, 2005]

Cyra Technologies

'Cyclone 5.1 – User's Manual'

San Remon 2005

Se Bilag B6

\*

[Cederholm, 2000]

Peter Cederholm

'Udjævning'

2. udgave, 1.revision, 2000



Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

<http://www.land.aau.dk/~pce/>

\*

D

[Dresling, 1970, s. 8]

Allan Dresling

'Elektrooptisk distancemåling'

Aalborg 1970

\*

F

[Frederiksen m.fl., 2003]

Lise Lausten Frederiksen, Jane Holmgaard,  
Martin Nyvang og Lars Erik Storgaard

'Terrestrisk Laserscanning – En undersøgelse  
af præcision og nøjagtighed'

Aalborg Universitet 2003

\*

[Forsberg, 2005]

Gæsteforlæsning med Rene Forsberg fra  
Dansk Rumcenter mandag den 7/2 2005

\*

H

[Hellemann m.fl., 2002]

Morten Hellemann, Rasmus Jacobsen, Michael  
Henman Petersen og Erik Bay Thomsen

'Terrestrisk Laserscanning – undersøgelse af  
Cyrax 2500'

Aalborg Universitet 2002

\*

I

[Ingensand m.fl, 2003]

Hilmar Ingensand, Adrian Ryf og Thorsten  
Schultz

'Performance and experiences in terrestrial  
laserscanning'

Zürich 2003

Se Bilag B6

\*

J

[Jacobi m.fl., 1998]

Ole Jacobi, Jørgen Risager, Klaus Thiesen

'Landmåling – Instrumenter og Metoder'  
1998

Institut for Planlægning – Danmarks Tekniske  
Universitet

ISBN: 87-983272-0-8

\*

[Jensen, 2002]

Karsten Jensen

'Landmåling i Teori og Praksis'

Aalborg Universitet 2002

ISBN: 1397-3169

\*

[Jensen, 2003]

Karsten Jensen

'Tillæg til Landmåling i Teori og Praksis'

Aalborg Universitet 2003

ISBN: 1397-3169

\*

L

[Leica, 1996]

- Leica  
 'TPS – System 1000, System'  
 Leica  
 1996  
 Manual til TCA1800  
 \*
- [Levitt m.fl., 1988]  
 Barbara Levitt og James G. March  
 'Organizational learning'  
 Annual Review of Sociology  
 Vol. 14, 1988  
 \*
- N  
 [Nielsen m.fl., 2002]  
 Eskil Kjærshøj Nielsen og Gitte Lysehøj  
 'Terrestrisk Laserscanning – Kortlægning af  
 togskiner'  
 Aalborg Universitet 2002  
 \*
- S  
 [Staiger, 2003]  
 Rudolf Staiger  
 'Technology Systems and Applications'  
 Tyskland  
 2003  
 Se Bilag B6  
 \*
- [Schultz m.fl., 2004]  
 Thorsten Schultz og Hilmar Ingensand  
 'Influencing Variables – precision and accuracy  
 of terrestrial laser scanners'  
 Bratislava 2004  
 Se Bilag B6  
 \*
- T  
 [Test\_P]  
 Matlab-script til testberegning udarbejdet af  
 Karsten Jensen  
 Se Bilag B7  
 \*
- V  
 [Vejdirektoratet, 2004]  
 Slides fra besøg ved Vejdirektoratet februar  
 2004  
 \*
- W  
 [Wehr m.fl., 1999]  
 Aloysius Wehr og Uwe Lohr  
 'Airborne Laserscanning – An introduction  
 and overview'  
 Tyskland 1999  
 Se Bilag B6

## Hjemmesider

[blominfo.dk]

<http://www.blominfo.dk/?ShowSubPage=13&Type=1>

d. 13/2 2005

[hds.leica-geosystems.com]

[http://hds.leica-geosystems.com/case\\_studies/plant.html](http://hds.leica-geosystems.com/case_studies/plant.html)

d. 13/2 2005

\*

[hds.leica-geosystems.com1]

[http://hds.leica-geosystems.com/products/acc\\_tgt.html](http://hds.leica-geosystems.com/products/acc_tgt.html)

d. 17/2 2005

\*

[hds.leica-geosystems.com 2]

[http://hds.leica-geosystems.com/products/hds2500\\_specs.html](http://hds.leica-geosystems.com/products/hds2500_specs.html)

d. 14/2 2005

Se Bilag B6

\*

[hds.leica-geosystems.com 3]

[http://hds.leica-geosystems.com/products/HDS3000\\_specs.html](http://hds.leica-geosystems.com/products/HDS3000_specs.html)

d. 14/2 2005

Se Bilag B6

\*

[Kuas.dk/kulturarv, 2005]

[http://www.kuas.dk/kulturarv/bygninger/bevaringsvaerdige\\_huse/index.jsp](http://www.kuas.dk/kulturarv/bygninger/bevaringsvaerdige_huse/index.jsp)

d. 30/5 2005

\*

[Kuas.dk/tjenester, 2005]

<http://www.kuas.dk/tjenester/nyheder/kulturet12-2004.jsp>

d. 30/5 2005

\*

[Netleksikon.dk]

[http://www.netleksikon.dk/e/el/elektromagnetisk\\_straling.html](http://www.netleksikon.dk/e/el/elektromagnetisk_straling.html)

d. 21/2 2005

\*

[statmaster.sdu.dk, 2005]

[http://statmaster.sdu.dk/NetStat/Kap\\_3/afsnit3\\_6.htm](http://statmaster.sdu.dk/NetStat/Kap_3/afsnit3_6.htm)

d. 26/5 2005

\*

[technomarket.it]

[http://www.tecnomarket.it/G\\_Pace/laser-scanner/laser-scanner-cyrax.htm](http://www.tecnomarket.it/G_Pace/laser-scanner/laser-scanner-cyrax.htm)

d. 13/6-2005

\*

---

# Bilagliste

---

A. Beregning af vipning ( i rapport)

B. CD ( i rapport)

1. Interview

2. Måleresultater

- TurboNet
- PCMAAL

3. Laserscanning

- Constraint List
- Målebog
- Rådata

4. Mail fra Per Paag

5. Testnet

- Udgangssigtepunkter
- Kontrolpunkter

6. Litteratur

C. Relativ skema sammenknytning 1 – 15

(i bilagsmappe)

D. Relativ diagram sammenknytning 1 – 15

(i bilagsmappe)

E. Absolut skema sammenknytning 6 – 15

(i bilagsmappe)

F. Absolut diagram sammenknytning 6 – 15 inkl. 10 – 15 korrigeret

(i bilagsmappe)

G. Absolut skema sammenknytning 10 – 15 korrigeret

(i bilagsmappe)

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning

## Bilag A Beregning af vipning

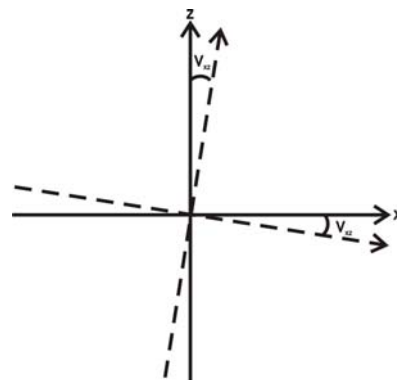
I dette bilag beregnes størrelsen af den konstaterede vipning, samt korrektioner for hvert enkelt scan.

### Beregning af størrelsen af vipningen

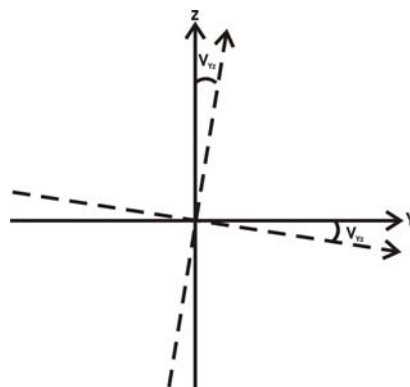
Vipningens størrelse beregnes for hver enkelt opstilling af scanneren, dette gøres, da scanneren ikke opstilles ens for hver opstilling. Størrelsen af vipningen anvendes til beregning af de korrektioner, de scannede kontrolpunkter skal korrigeres for.

#### Vipningens størrelse i xz- og yz-retning

Da det ikke kan udelukkes, at hele koordinatsystemet er vippet, skal der beregnes en korrektion i både xz-retningen og yz-retningen, se Figur 1 og Figur 2. Vipningens størrelse skal beregnes i forhold til henholdsvis xz- og yz-retningen for det lokale koordinatsystem. Efterfølgende beregnes korrektioner til kontrolpunkterne i x, y og z-retningen. Vipningen i koordinatretningerne illustreres i Figur 1 og Figur 2.



Figur 1: Viser, hvordan en vipning i xz-retningen påvirker henholdsvis x- og z-koordinaten.



Figur 2: Viser, hvordan en vipning i yz-retningen påvirker henholdsvis y- og z-koordinaten.

For at beregne vipningen for koordinatretningen i xz anvendes punkterne 1005 og 500, da disse tilnærmelsesvis har samme x-koordinat. Punkterne 200 og 700 anvendes til at beregne

xy koordinatretningen, da disse tilnærmelsesvis har samme y-koordinat. Koordinaterne for de fire punkter fremgår af Figur 3.

Punkt	x [m]	y [m]
200	87,472	98,001
500	104,989	51,300
700	122,525	98,042
1005	105,031	115,005

Figur 3: Koordinater til de anvendte punkter.

Ud fra koordinaterne til de anvendte punkter kan retningsvinklerne for de to retninger (1005 - 500) og (200 - 700) beregnes i forhold til koordinatsystemets x-retning. Baggrunden for at beregne retningsvinklerne i forhold til koordinatsystemets x-akse er, at disse vinkler anvendes til beregning af, om de to retninger kan opfattes som værende parallelle med koordinatsystemets akser. Det antages som udgangspunkt i beregningerne, at akserne er parallelle.

Retningsvinklerne beregnes efter følgende formel, og kan ses i Figur 4.

$$V = \tan^{-1} \left( \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \right)$$

Retning	Retningsvinkel [gon]
1005 - 500	99,958
200 - 700	0,0756

Figur 4: Viser de to retningsvinkler for retning (1005 - 500) og retningen (200 - 700) i forhold til koordinatsystemets x-retning.

Det ses af Figur 4, at de anvendte retninger ikke er parallelle med koordinatsystemets akser, dette ses ved, at retningsvinklerne ikke er henholdsvis 0 og 100gon, betydningen heraf beregnes, når størrelsen af vipningen i de to retninger er bestemt. Vipningens størrelse beregnes som udgangspunkt i forhold til de to retninger (1005 - 500) og (200 - 700).

Vipningen af scanneren betyder, at koordinaterne til de scannede punkter bliver enten større eller mindre, afhængigt af på hvilken side af scanneren punktet er.

For hvert af de fire punkter beregnes afvigelsen  $d_z$  mellem punktets z-koordinat fundet ved laserscanning og punktets z-koordinat fundet med totalstation, dette gøres for både

opstilling 1 og 2.  $d_z$  udtrykker størrelsen af vipningen i z. Disse værdier fremgår af Figur 5 og Figur 6.

$$d_z = Z_{\text{laserscanner}} - Z_{\text{totalstation}}$$

Punkt	A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]	E [mm]
1005	-21	-25	41	43	45
500	50	107	-128	-107	-109
200	36	-1	-5	-20	-20
700	-60	10	-11	20	16

Figur 5: Viser afvigelse mellem punkternes z-koordinat fundet ved henholdsvis laserscanning og totalstationsmåling, ved opstilling over punkt 1.

Punkt	A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]	E [mm]
1005	-61	-56	12	13	25
500	160	151	-52	-60	-87
200	0	-44	-40	-40	-25
700	34	35	21	21	7

Figur 6: Viser afvigelse mellem punkternes z-koordinat fundet ved henholdsvis laserscanning og totalstationsmåling, ved opstilling over punkt 2.

Vipningen af scanneren er den samme for hver enkelt opstilling, derfor påvirkes denne ikke af hvilket punkt, der anvendes som udgangssigte. Vipningen af scanneren påvirkes af en evt. drejning eller sætning af stativet, men da der ikke er mulighed for at kontrollere en udgangsretning for scanneren, er det ikke muligt at tage højde for dette.

Ud fra størrelsen af afvigelse vist i Figur 5 og Figur 6, beregnes for hver opstilling en korrektion for vipning i henholdsvis xz- og yz-retningen med enheden  $mm/m$  efter følgende formler:

$$xz = \frac{d_{Z(200)} - d_{Z(700)}}{s_{(200-700)}}$$

$$yz = \frac{d_{Z(500)} - d_{Z(1005)}}{s_{(500-1005)}}$$

Hvor  $s$  er den vandrette afstand mellem punkterne, som er beregnet på baggrund af punkternes koordinater beregnet i *kapitel 7 Indmåling af punkter*.

Formålet med at omregne vipningen til enheden  $mm/m$  er, at denne værdi kan anvendes



til at beregne korrektionen for et punkt i en given afstand fra scanneren.

Beregnes størrelsen af vipningen ud fra den vinkel, scanneren er vippet i, gøres dette ud fra nedenstående formel:

$$xz = s \cdot \tan^{-1}(v_x)$$

Hvor  $v_x$  er vipningen i xz-retningen i gon. Denne formel giver samme resultat for xz, som den foregående formel, men da den vinkel, scanneren er vippet, ikke kendes anvendes den førnævnte metode.

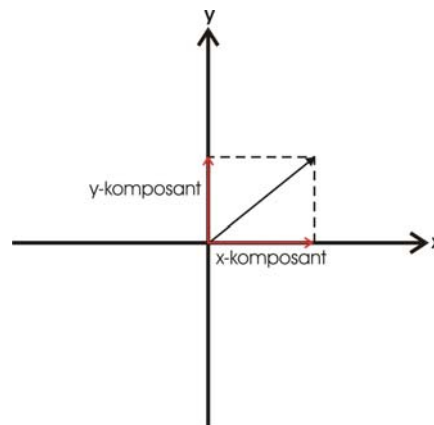
De beregnede korrektion fremgår af Figur 7.

		A [mm/m]	B [mm/m]	C [mm/m]	D [mm/m]	E [mm/m]
yz	1	1,12	2,07	-2,65	-2,36	-2,42
xz		2,74	-0,31	0,17	-1,14	-1,03
yz	2	3,47	3,25	-1,01	-1,15	-1,76
xz		-1,53	-2,25	-1,74	-1,74	-0,91

Figur 7: Viser korrektionen for vipningen i henholdsvis yz - retningen og xz -retningen for opstilling over punkt 1 og 2.

### Retning parallel med koordinatsystemets akser

Ved beregning af vipningen antages det, at retningerne mellem punkt 100 og 500 samt mellem 200 og 700 er parallelle med koordinatsystemets akser. Dette er ikke tilfældet, se Figur 4, derfor beregnes det hvilken betydningen, dette har for de beregnede korrektioner. For at vurdere betydningen heraf omregnes den største korrektion i hver retning til henholdsvis en x-komponent og en y-komponent, se dette illustreres i Figur 8.



Figur 8: Viser hvordan vipningen omregnes til henholdsvis en x-komponent og en y-komponent.

x-komponenten og y-komponenten kan anskueliggøre den fejl, der begås ved at betragte de to retninger som parallelle med koordinatsystemets akser.

De største vipninger er, jf. Figur 7, beregnet til henholdsvis  $3,47\text{mm}/\text{m}$  for xz-retningen og til  $2,25\text{mm}/\text{m}$  i yz-retning.

Disse omregnes til en x-komponent og en y-komponent efter følgende formler:

$$x_{komp} = xz_{\max} \cdot \cos(V)$$

$$y_{komp} = yz_{\max} \cdot \sin(V)$$

Hvor  $xz_{\max}$  og  $yz_{\max}$  er de største vipninger i de to retninger, og  $V$  er retningsvinklen, se Figur 4.

De beregnede komponenter, ses i Figur 9.

Retning	Max [mm/m]	x-komponent [mm/m]	y-komponent [mm/m]
xz	3,47	0,00	3,47
yz	2,25	2,25	0,00

Figur 9: Viser henholdsvis x- og y-komponenter beregnet for retningen xz, 1005 – 500, og yz, 200 – 700.

Det ses af Figur 9, at y-komponenten for retningen 1005 – 500 er uændret, mens x-komponenten bliver  $0,00\text{mm}/\text{m}$ . Det modsatte er tilfældet for retningen 200 – 700. For de be-

regnede korrektioner er det således uden betydning, at retningerne ikke er parallelle med koordinatsystemets akser. Da alle øvrige korrektioner er mindre end dem, der anvendes i Figur 9, kan der ses bort fra, at de to retninger ikke er parallelle med koordinataksene.

## Beregning af korrektion

På baggrund af de beregnede korrektioner skal disse omregnes til korrektioner for det enkelte kontrolpunkts koordinater i x-, y- og z-retningen.

Først beregnes korrektionen for henholdsvis x- og y-koordinaterne. Som det illustreres på Figur 1 og Figur 2, kan korrektionen til x- og y-koordinaten beregnes på baggrund af forskellen mellem koten til det enkelte punkt og koten til laserscanneren.

Korrektionen i x og y regnes på baggrund af følgende formler:

$$x_p = zx \cdot (Z_{opstilling} - Z_p)$$

$$y_p = zy \cdot (Z_{opstilling} - Z_p)$$

Der beregnes korrektioner til hvert enkelt kontrolpunkt fra hver enkelt opstilling.

De beregnede korrektioner for punkterne 1001 – 1006, som er scannet fra punkt 1 og 1004 – 1009, som er scannet fra punkt 2, fremgår af Figur 10 og Figur 11.

Punkt	A [mm]		B [mm]		C [mm]		D [mm]		E [mm]	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1001	-10	-4	1	-7	-1	10	4	9	4	9
1002	-3	-1	0	-3	0	4	2	3	1	3
1003	2	1	0	2	0	-2	-1	-2	-1	-2
1004	-10	-4	1	-7	-1	10	4	9	4	9
1005	-3	-1	0	-3	0	4	2	3	1	3
1006	2	1	0	2	0	-2	-1	-2	-1	-2

Figur 10: Viser de beregnede korrektioner i x- og y-retningen til de seks kontrolpunkter scannet fra opstilling 1.

Punkt	A [mm]		B [mm]		C [mm]		D [mm]		E [mm]	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1004	5	-12	8	-11	6	4	6	4	3	6
1005	2	-4	3	-4	2	1	2	2	1	2
1006	-1	3	-2	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1007	5	-12	8	-11	6	4	6	4	3	6
1008	2	-4	3	-4	2	1	2	2	1	2
1009	-1	3	-2	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Figur 11: Viser de beregnede korrektioner i x- og y-retningen til de seks kontrolpunkter scannet fra opstilling 2.

Udover korrektionerne i planen, beregnes også en korrektion i z-retningen. Korrektionen i z-

retningen har bidrag fra vipningen både i x- og y-retningen, og beregnes efter følgende formel:

$$z_p = xz \cdot (X_p - X_{Opstilling}) + yz \cdot (Y_p - Y_{Opstilling})$$

Kontrolpunkterne på muren er placeret tre og tre i en søjle. For punkterne placeret over hinanden er x- og y-koordinaten tilnærmelsesvis ens, og der beregnes derfor kun en korrektion for hver søjle af kontrolpunkter.

De beregnede korrektioner fremgår af Figur 12.

	A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]	E [mm]
$Z_p$ (1001 - 1103)	16	-35	42	22	24
$Z_p$ (1004 - 1006)					
$Z_p$ (1004 - 1106)	-60	-60	6	9	22
$Z_p$ (1007 - 1009)					
	-34	-22	36	38	37

Figur 12: Viser de beregnede korrektioner til z-koordinaten for punkt 1001 – 1003 og 1004 - 1006 scannet fra opstilling 1, samt for punkt 1004 – 1006 og 1007 - 1009 scannet fra opstilling 2.

På baggrund af de beregnede korrektioner, korrigeres kontrolpunkterne ved sammenknytningerne vha. udgangssigter for den beregnede vipning.

### Beregning af vipningens størrelse

På baggrund af vipningen i henholdsvis xz- og yz-retningen kan der beregnes en samlet vipning, som udtrykker, hvor stor vipningen har været i forbindelse med målingen. Den samlede vipning beregnes:

$$xy_{\text{samlet}} = \sqrt{xz^2 + yz^2}$$

Vipningen omregnes til gon med formlen:

$$V = \tan^{-1}(xy_{\text{samlet}}/1000)$$

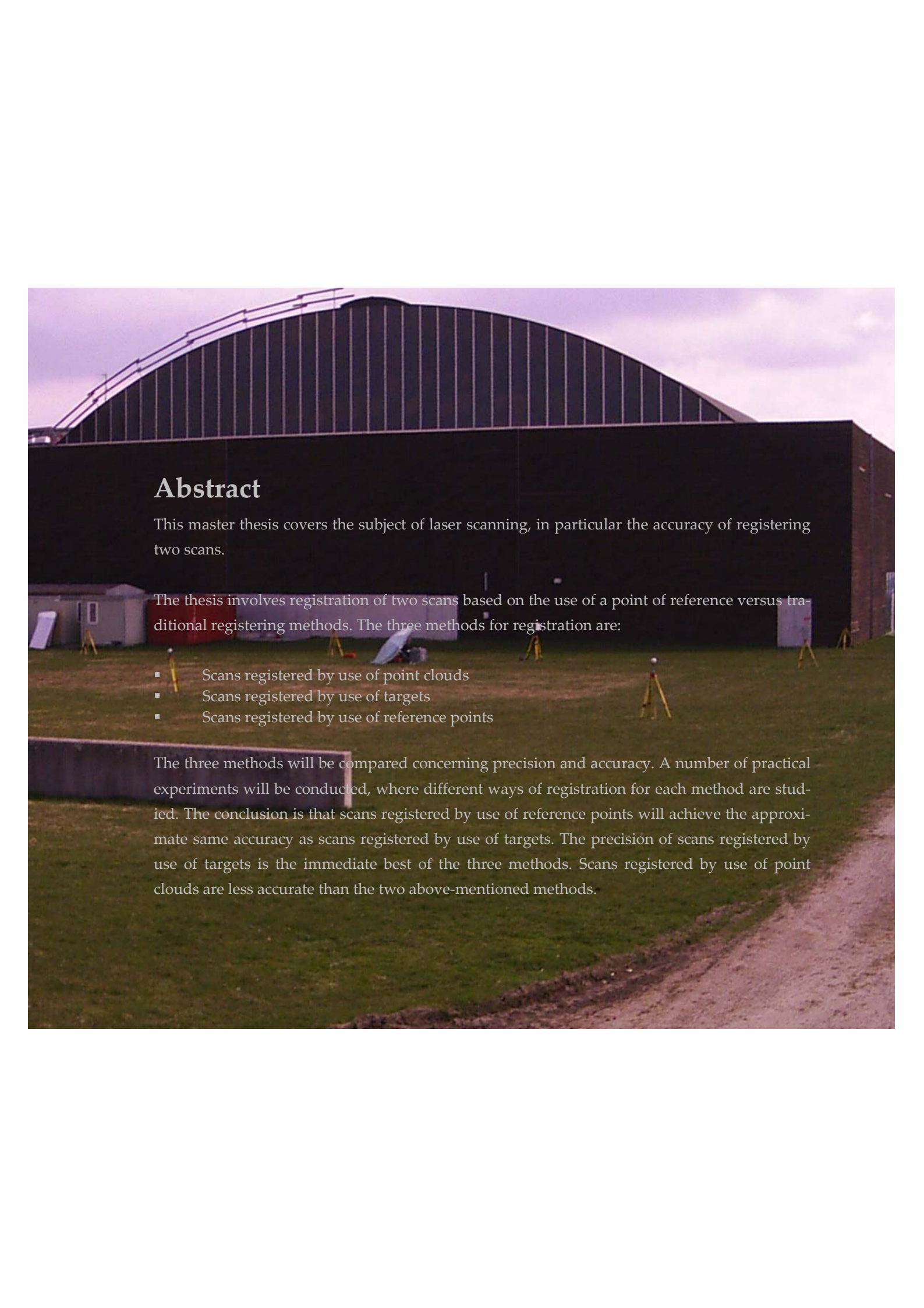
De beregnede vipninger fra de to opstillingspunkter fremgår af Figur 13.

		A	B	C	D	E
V [gon]	1	0,188	0,133	0,169	0,167	0,167
V [gon]	2	0,241	0,251	0,128	0,132	0,126

Figur 13: Viser den samlede størrelse af vipningen ved opstilling over punkt 1 og 2.

Dermed kan den gennemsnitlige størrelse af vipningen beregnes til 0,170gon, dvs. ca. 0,2gon. Denne vipning er betydelig større end hvad, der kan forventes af usikkerhed ved libellen, hvilket tyder på en fejl ved opstilling af scanner eller target.

Laserscanning – nøjagtighed ved sammenknytning



## Abstract

This master thesis covers the subject of laser scanning, in particular the accuracy of registering two scans.

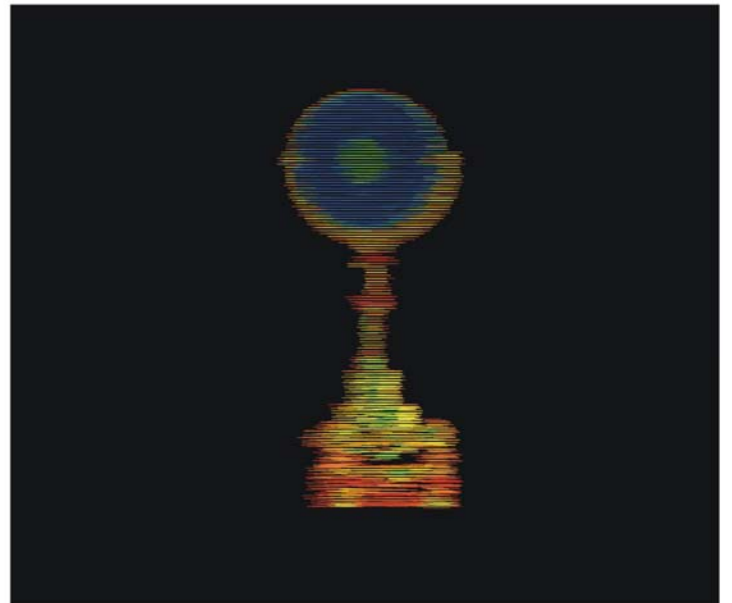
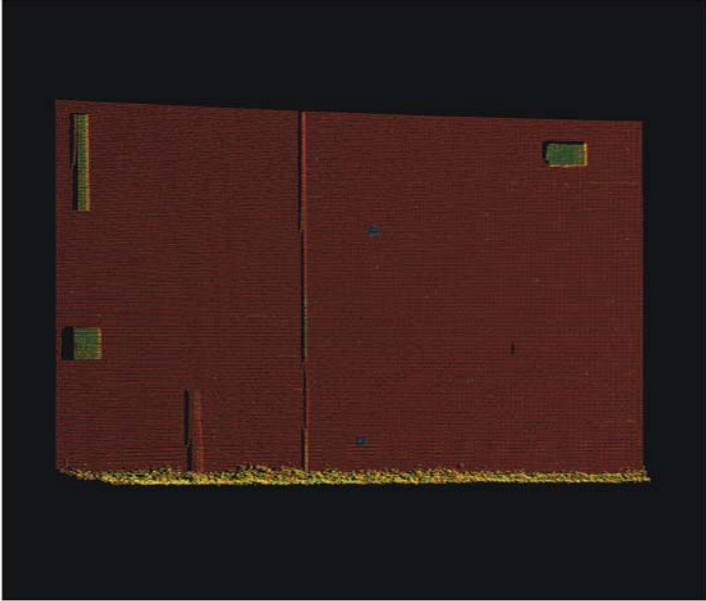
The thesis involves registration of two scans based on the use of a point of reference versus traditional registering methods. The three methods for registration are:

- Scans registered by use of point clouds
- Scans registered by use of targets
- Scans registered by use of reference points

The three methods will be compared concerning precision and accuracy. A number of practical experiments will be conducted, where different ways of registration for each method are studied. The conclusion is that scans registered by use of reference points will achieve the approximate same accuracy as scans registered by use of targets. The precision of scans registered by use of targets is the immediate best of the three methods. Scans registered by use of point clouds are less accurate than the two above-mentioned methods.



## Bilag C – G



## Bilagsmappe

## C1 – Relativ nøjagtighed punktsky

Sammenknytning 1 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,411	34,405	34,396	34,399	34,392	
	34,401	Afvigelse [mm]	10	4	-5	-2	-9	7
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,046	34,041	34,031	34,032	34,028	
	34,036	Afvigelse [mm]	10	5	-5	-4	-8	7
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,317	34,311	34,298	34,300	34,296	
	34,304	Afvigelse [mm]	13	7	-6	-4	-8	8
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,082	34,069	34,058	34,066	34,058	
	34,067	Afvigelse [mm]	15	2	-9	-1	-9	9
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,159	34,150	34,140	34,145	34,139	
	34,147	Afvigelse [mm]	12	3	-7	-2	-8	7
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,122	34,113	34,101	34,106	34,099	
	34,108	Afvigelse [mm]	14	5	-7	-2	-9	8
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,155	34,153	34,143	34,142	34,138	
	34,146	Afvigelse [mm]	9	7	-3	-4	-8	7
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,106	34,105	34,093	34,092	34,090	
	34,097	Afvigelse [mm]	9	8	-4	-5	-7	7
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,086	34,088	34,077	34,073	34,071	
	34,079	Afvigelse [mm]	7	9	-2	-6	-8	7



## C2 – Relativ nøjagtighed punktsky

Sammenknytning 2 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,403	34,394	34,372	34,408	34,405	
	34,396	Afvigelse [mm]	7	-2	-24	12	6	13
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,039	34,028	34,008	34,043	34,041	
	34,036	Afvigelse [mm]	3	-8	-28	7	5	14
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,310	34,297	34,279	34,311	34,309	
	34,304	Afvigelse [mm]	6	-7	-25	7	5	13
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,081	34,055	34,051	34,071	34,073	
	34,067	Afvigelse [mm]	14	-13	-16	4	6	12
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,155	34,137	34,124	34,152	34,153	
	34,147	Afvigelse [mm]	8	-10	-23	5	6	12
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,118	34,098	34,087	34,114	34,114	
	34,108	Afvigelse [mm]	10	-10	-21	6	6	12
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,144	34,142	34,112	34,155	34,150	
	34,146	Afvigelse [mm]	-2	-4	-34	9	4	16
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,096	34,092	34,064	34,105	34,102	
	34,097	Afvigelse [mm]	-1	-5	-33	8	5	16
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,072	34,077	34,039	34,089	34,082	
	34,079	Afvigelse [mm]	-5	-2	-40	10	3	19

### C3 – Relativ nøjagtighed punktsky

Sammenknytning 3 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,409	34,381	34,393	34,391	34,417	
	34,398	Afvigelse [mm]	11	-17	-5	-7	19	13
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,042	34,017	34,029	34,025	34,053	
	34,036	Afvigelse [mm]	3	-8	-28	7	5	14
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,310	34,288	34,299	34,294	34,321	
	34,304	Afvigelse [mm]	6	-7	-25	7	5	13
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,079	34,046	34,042	34,073	34,079	
	34,067	Afvigelse [mm]	14	-13	-16	4	6	12
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,157	34,127	34,140	34,106	34,162	
	34,147	Afvigelse [mm]	8	-10	-23	5	6	12
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,117	34,090	34,103	34,106	34,122	
	34,108	Afvigelse [mm]	10	-10	-21	6	6	12
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,151	34,129	34,138	34,129	34,165	
	34,146	Afvigelse [mm]	-2	-4	-34	9	4	16
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,101	34,081	34,090	34,079	34,117	
	34,097	Afvigelse [mm]	-1	-5	-33	8	5	16
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,080	34,064	34,071	34,053	34,100	
	34,079	Afvigelse [mm]	-5	-2	-40	10	3	19

## C4 – Relativ nøjagtighed punktsky

Sammenknytning 4 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middelværdi	Afstand [m]	34,412	34,394	34,404	34,401	34,417	
	34,406	Afvigelse [mm]	6	-12	-2	-5	11	8
2	Middelværdi	Afstand [m]	34,045	34,030	34,039	34,036	34,052	
	34,040	Afvigelse [mm]	5	-10	-1	-4	-12	8
3	Middelværdi	Afstand [m]	34,312	34,301	34,307	34,304	34,318	
	34,308	Afvigelse [mm]	4	-7	-1	-4	10	6
4	Middelværdi	Afstand [m]	34,070	34,067	34,068	34,073	34,075	
	34,071	Afvigelse [mm]	-1	-4	-3	2	4	3
5	Middelværdi	Afstand [m]	34,154	34,143	34,141	34,150	34,161	
	34,150	Afvigelse [mm]	4	-7	-9	0	11	7
6	Middelværdi	Afstand [m]	34,114	34,100	34,110	34,112	34,119	
	34,111	Afvigelse [mm]	3	-11	-1	1	8	6
7	Middelværdi	Afstand [m]	34,159	34,138	34,158	34,143	34,166	
	34,153	Afvigelse [mm]	6	-15	5	-10	13	11
8	Middelværdi	Afstand [m]	34,108	34,090	34,100	34,093	34,116	
	34,101	Afvigelse [mm]	7	-11	-1	-8	15	10
9	Middelværdi	Afstand [m]	34,094	34,069	34,083	34,072	34,101	
	34,084	Afvigelse [mm]	10	-15	-1	-12	17	12

## C5 – Relativ nøjagtighed punktsky

Sammenknytning 5 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,374	34,390	34,380	34,387	34,381	
	34,384	Afvigelse [mm]	-10	6	-4	3	-3	6
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,009	34,027	34,014	34,021	34,015	
	34,017	Afvigelse [mm]	-8	10	-3	4	-2	6
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,279	34,297	34,283	34,289	34,281	
	34,286	Afvigelse [mm]	-7	11	-3	3	-5	7
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,041	34,051	34,053	34,059	34,044	
	34,050	Afvigelse [mm]	-9	1	3	9	-6	6
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,120	34,143	34,129	34,136	34,126	
	34,131	Afvigelse [mm]	-11	12	-2	5	-5	8
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,082	34,097	34,091	34,096	34,084	
	34,090	Afvigelse [mm]	-8	7	1	6	-6	6
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,119	34,140	34,121	34,129	34,126	
	34,127	Afvigelse [mm]	-8	13	-6	2	-1	7
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,071	34,092	34,072	34,078	34,076	
	34,078	Afvigelse [mm]	-7	14	-6	0	-2	8
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,052	34,077	34,050	34,057	34,059	
	34,059	Afvigelse [mm]	-7	18	-9	-2	0	10

## C6 – Relativ nøjagtighed target

Sammenknytning 6 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,410	34,406	34,406	34,404	34,407	
	34,407	Afvigelse [mm]	3	-1	-1	-3	0	2
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,043	34,042	34,041	34,038	34,042	
	34,041	Afvigelse [mm]	2	1	0	-3	1	2
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,311	34,313	34,308	34,307	34,309	
	34,310	Afvigelse [mm]	1	3	-2	-3	-1	2
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,075	34,073	34,071	34,070	34,071	
	34,072	Afvigelse [mm]	3	1	-1	2	-1	2
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,155	34,152	34,151	34,149	34,153	
	34,152	Afvigelse [mm]	3	0	-1	-3	1	2
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,115	34,115	34,112	34,111	34,112	
	34,113	Afvigelse [mm]	2	2	-1	-2	-1	2
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,154	34,153	34,152	34,149	34,152	
	34,152	Afvigelse [mm]	2	1	0	-3	0	2
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,104	34,105	34,102	34,099	34,102	
	34,102	Afvigelse [mm]	2	3	0	-3	0	2
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,086	34,087	34,082	34,081	34,086	
	34,084	Afvigelse [mm]	2	3	-2	-3	2	2

## C7 – Relativ nøjagtighed target

Sammenknytning 7 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,409	34,406	34,407	34,405	34,408	
	34,407	Afvigelse [mm]	2	-1	0	-2	1	1
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,044	34,042	34,042	34,040	34,044	
	34,042	Afvigelse [mm]	2	0	0	-2	2	2
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,312	34,313	34,310	34,308	34,311	
	34,311	Afvigelse [mm]	1	2	-1	-3	0	2
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,076	34,073	34,072	34,071	34,073	
	34,073	Afvigelse [mm]	3	0	-1	-2	0	2
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,155	34,152	34,153	34,151	34,155	
	34,153	Afvigelse [mm]	2	-1	0	-2	2	2
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,116	34,115	34,113	34,112	34,112	
	34,114	Afvigelse [mm]	2	1	-1	-2	-2	2
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,154	34,152	34,153	34,151	34,154	
	34,153	Afvigelse [mm]	1	-1	0	-2	1	1
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,104	34,105	34,103	34,100	34,106	
	34,104	Afvigelse [mm]	0	1	-1	-4	2	2
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,086	34,087	34,085	34,082	34,087	
	34,085	Afvigelse [mm]	1	2	0	-3	2	2

## C8 – Relativ nøjagtighed target

Sammenknytning 8 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,411	34,410	34,404	34,403	34,404	
	34,406	Afvigelse [mm]	5	4	-2	-3	-2	4
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,043	34,045	34,039	34,038	34,039	
	34,041	Afvigelse [mm]	2	4	-2	-3	-2	3
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,310	34,316	34,306	34,306	34,307	
	34,309	Afvigelse [mm]	1	7	-3	-3	-2	4
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,075	34,076	34,069	34,069	34,069	
	34,072	Afvigelse [mm]	3	4	-3	-3	-3	3
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,155	34,156	34,150	34,149	34,150	
	34,152	Afvigelse [mm]	3	4	-2	-3	-2	3
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,116	34,118	34,110	34,111	34,110	
	34,113	Afvigelse [mm]	3	5	-3	-2	-3	3
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,155	34,156	34,150	34,149	34,149	
	34,152	Afvigelse [mm]	3	4	-2	-3	-3	3
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,104	34,108	34,100	34,099	34,101	
	34,102	Afvigelse [mm]	2	6	-2	-3	-1	3
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,087	34,098	34,083	34,081	34,082	
	34,086	Afvigelse [mm]	1	12	-3	-5	-4	6



## C9 – Relativ nøjagtighed target

Sammenknytning 9 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,403	34,409	34,403	34,401	34,411	
	34,405	Afvigelse [mm]	-2	4	-2	-4	6	4
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,037	34,045	34,038	34,035	34,046	
	34,040	Afvigelse [mm]	-3	5	-2	-5	6	4
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,306	34,315	34,305	34,303	34,313	
	34,308	Afvigelse [mm]	-2	7	-3	-5	5	5
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,069	34,075	34,068	34,066	34,075	
	34,071	Afvigelse [mm]	-2	4	-3	-5	4	4
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,149	34,155	34,148	34,146	34,157	
	34,151	Afvigelse [mm]	-2	4	-3	-5	6	4
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,110	34,117	34,109	34,107	34,117	
	34,112	Afvigelse [mm]	-2	5	-3	-5	5	4
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,148	34,156	34,149	34,146	34,156	
	34,151	Afvigelse [mm]	-3	5	-2	-5	5	3
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,098	34,107	34,099	34,096	34,108	
	34,102	Afvigelse [mm]	-4	5	-3	-6	6	5
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,080	34,090	34,081	34,078	34,089	
	34,084	Afvigelse [mm]	-4	6	-3	-6	5	5



## C10 – Relativ nøjagtighed udgangssigte

Sammenknytning 10 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,401	34,407	34,406	34,409	34,414	
	34,407	Afvigelse [mm]	-6	0	-1	2	7	4
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,030	34,039	34,037	34,040	34,046	
	34,038	Afvigelse [mm]	-8	1	-1	2	8	5
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,293	34,305	34,301	34,304	34,311	
	34,303	Afvigelse [mm]	-10	2	-2	1	8	6
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,051	34,065	34,062	34,069	34,076	
	34,065	Afvigelse [mm]	-14	0	-3	4	11	8
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,139	34,148	34,147	34,152	34,159	
	34,149	Afvigelse [mm]	-10	-1	-2	3	10	7
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,094	34,107	34,104	34,109	34,116	
	34,106	Afvigelse [mm]	-12	1	-2	3	10	7
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,149	34,153	34,152	34,153	34,158	
	34,153	Afvigelse [mm]	-4	0	-1	0	5	3
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,094	34,102	34,098	34,099	34,107	
	34,100	Afvigelse [mm]	-6	2	-2	-1	7	4
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,084	34,088	34,085	34,084	34,090	
	34,086	Afvigelse [mm]	-2	2	-1	-2	4	2

## C11 – Relativ nøjagtighed udgangssigte

Sammenknytning 11 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middelværdi	Afstand [m]	34,402	34,407	34,407	34,409	34,414	
	34,408	Afvigelse [mm]	-6	-1	-1	1	6	4
2	Middelværdi	Afstand [m]	34,031	34,039	34,038	34,040	34,047	
	34,039	Afvigelse [mm]	-8	0	-1	1	8	5
3	Middelværdi	Afstand [m]	34,295	34,306	34,302	34,304	34,312	
	34,304	Afvigelse [mm]	-9	2	-2	0	8	6
4	Middelværdi	Afstand [m]	34,052	34,065	34,063	34,070	34,076	
	34,065	Afvigelse [mm]	-13	0	-2	5	11	8
5	Middelværdi	Afstand [m]	34,140	34,149	34,148	34,152	34,159	
	34,150	Afvigelse [mm]	-10	-1	-2	2	9	6
6	Middelværdi	Afstand [m]	34,096	34,108	34,105	34,110	34,116	
	34,107	Afvigelse [mm]	-11	1	-2	3	9	7
7	Middelværdi	Afstand [m]	34,150	34,154	34,153	34,154	34,158	
	34,154	Afvigelse [mm]	-4	0	-1	0	4	3
8	Middelværdi	Afstand [m]	34,095	34,102	34,099	34,100	34,108	
	34,101	Afvigelse [mm]	-6	1	-2	-1	7	4
9	Middelværdi	Afstand [m]	34,085	34,088	34,086	34,085	34,090	
	34,087	Afvigelse [mm]	-2	1	-1	-2	3	2

## C12 – Relativ nøjagtighed udgangssigte

Sammenknytning 12 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,400	34,405	34,408	34,411	34,415	
	34,408	Afvigelse [mm]	-8	-3	0	3	7	5
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,030	34,037	34,039	34,042	34,048	
	34,039	Afvigelse [mm]	-9	-2	0	3	9	6
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,293	34,304	34,303	34,306	34,313	
	34,304	Afvigelse [mm]	-11	0	-1	2	9	6
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,050	34,063	34,065	34,071	34,078	
	34,065	Afvigelse [mm]	-15	-2	0	6	13	9
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,138	34,147	34,150	34,154	34,161	
	34,150	Afvigelse [mm]	-12	-3	0	4	11	8
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,094	34,106	34,106	34,112	34,117	
	34,107	Afvigelse [mm]	-13	-1	-1	5	10	8
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,148	34,152	34,154	34,155	34,150	
	34,152	Afvigelse [mm]	-4	0	2	3	-2	3
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,093	34,100	34,101	34,101	34,109	
	34,101	Afvigelse [mm]	-8	1	0	0	8	5
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,083	34,086	34,087	34,086	34,091	
	34,087	Afvigelse [mm]	-4	-1	0	-1	4	3

## C13 – Relativ nøjagtighed udgangssigte

Sammenknytning 13 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,439	34,398	34,410	34,413	34,417	
	34,415	Afvigelse [mm]	23	-17	-5	-2	2	13
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,069	34,031	34,041	34,044	34,050	
	34,047	Afvigelse [mm]	22	-18	-6	-3	3	13
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,332	34,297	34,305	34,308	34,315	
	34,311	Afvigelse [mm]	22	-14	-6	-3	4	12
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,090	34,057	34,067	34,073	34,079	
	34,073	Afvigelse [mm]	27	-16	-6	0	6	15
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,178	34,140	34,152	34,156	34,162	
	34,158	Afvigelse [mm]	20	-18	-6	-2	4	12
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,134	34,099	34,109	34,113	34,119	
	34,115	Afvigelse [mm]	19	-16	-6	-2	4	12
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,188	34,145	34,157	34,157	34,161	
	34,162	Afvigelse [mm]	26	-17	-5	-5	-1	14
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,133	34,094	34,103	34,103	34,111	
	34,109	Afvigelse [mm]	24	-15	-6	-6	2	13
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,123	34,080	34,089	34,088	34,093	
	34,095	Afvigelse [mm]	28	-15	-6	-7	-2	15

## C14 – Relativ nøjagtighed udgangssigte

Sammenknytning 14 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,408	34,414	34,406	34,409	34,414	
	34,410	Afvigelse [mm]	-2	4	-4	-1	4	3
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,037	34,046	34,037	34,040	34,047	
	34,041	Afvigelse [mm]	-4	5	-4	-1	6	4
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,301	34,313	34,301	34,304	34,311	
	34,306	Afvigelse [mm]	-5	7	-5	-2	5	5
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,058	34,072	34,063	34,070	34,076	
	34,068	Afvigelse [mm]	-10	4	-5	2	8	6
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,146	34,156	34,148	34,152	34,159	
	34,152	Afvigelse [mm]	-6	4	-4	0	7	5
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,102	34,115	34,105	34,110	34,116	
	34,110	Afvigelse [mm]	-8	5	-5	0	6	5
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,156	34,161	34,152	34,154	34,158	
	34,156	Afvigelse [mm]	0	5	-4	-2	2	3
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,101	34,109	34,094	34,100	34,107	
	34,102	Afvigelse [mm]	-1	7	-8	-2	5	5
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,091	34,094	34,085	34,084	34,090	
	34,089	Afvigelse [mm]	2	5	-4	-5	1	4

## C5 – Relativ nøjagtighed udgangssigte

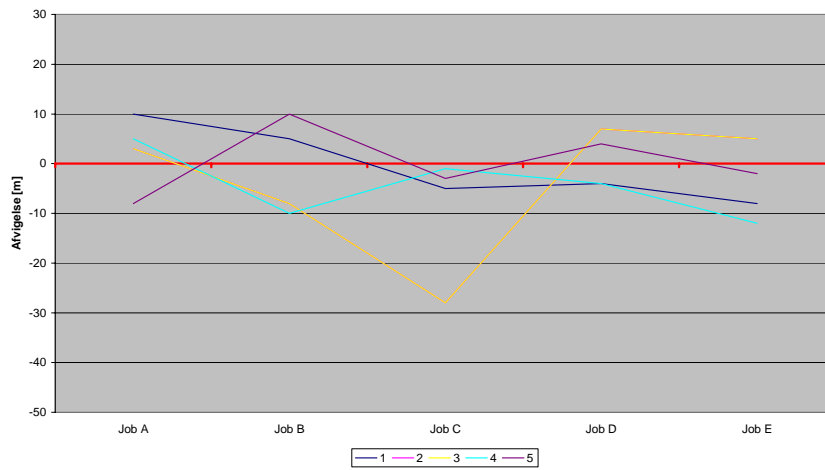
Sammenknytning 15 – Relativ nøjagtighed								
Afstand			Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]
1	Middel-værdi	Afstand [m]	34,408	34,403	34,412	34,411	34,413	
	34,409	Afvigelse [mm]	-1	-6	3	2	4	4
2	Middel-værdi	Afstand [m]	34,037	34,035	34,043	34,042	34,046	
	34,041	Afvigelse [mm]	-4	-6	2	1	5	4
3	Middel-værdi	Afstand [m]	34,300	34,302	34,307	34,306	34,311	
	34,305	Afvigelse [mm]	-5	-3	2	1	6	4
4	Middel-værdi	Afstand [m]	34,058	34,061	34,068	34,071	34,076	
	34,067	Afvigelse [mm]	-9	-6	1	4	9	7
5	Middel-værdi	Afstand [m]	34,146	34,145	34,153	34,154	34,159	
	34,151	Afvigelse [mm]	-5	-6	2	3	8	5
6	Middel-værdi	Afstand [m]	34,102	34,104	34,110	34,112	34,115	
	34,109	Afvigelse [mm]	-7	-5	1	3	6	5
7	Middel-værdi	Afstand [m]	34,156	34,150	34,158	34,155	34,158	
	34,155	Afvigelse [mm]	1	-5	3	0	3	3
8	Middel-værdi	Afstand [m]	34,101	34,098	34,104	34,101	34,107	
	34,102	Afvigelse [mm]	-1	-4	2	-1	5	3
9	Middel-værdi	Afstand [m]	34,091	34,084	34,091	34,086	34,089	
	34,088	Afvigelse [mm]	3	-4	3	-2	1	3

# D1 - Relativ nøjagtighed punktsky

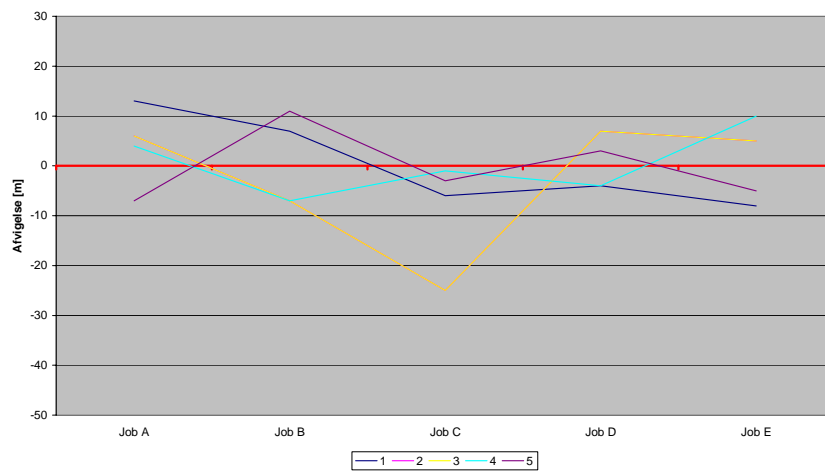
Middelværdi afstand 1



Middelværdi afstand 2

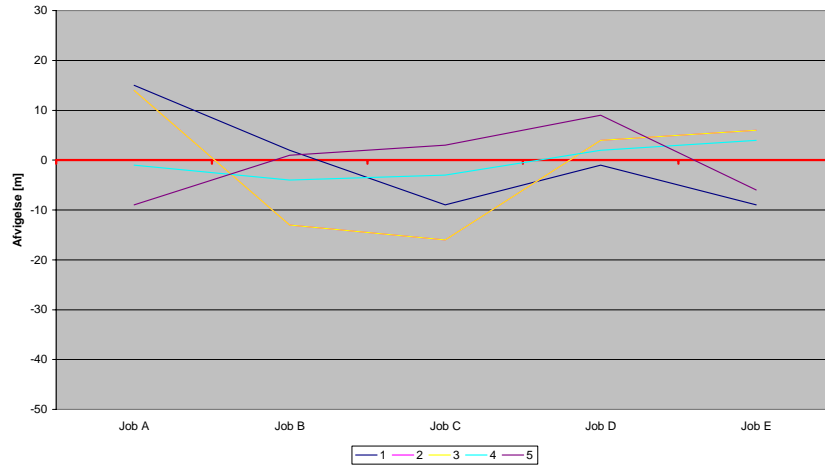


Middelværdi afstand 3

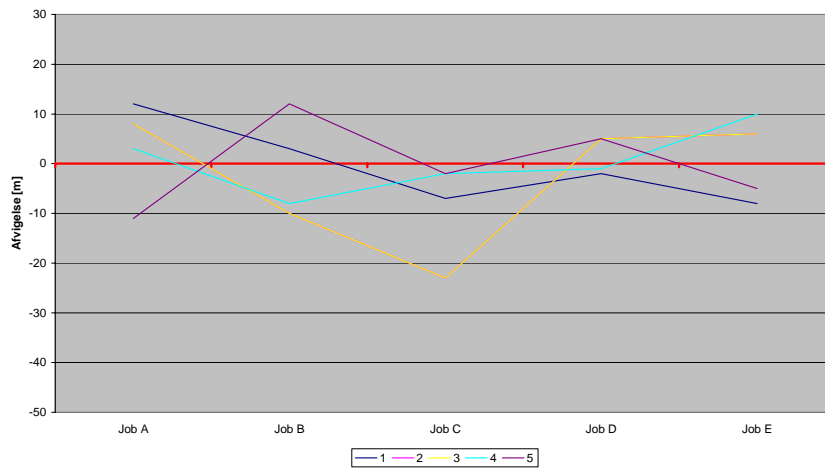


# D1 - Relativ nøjagtighed punktsky

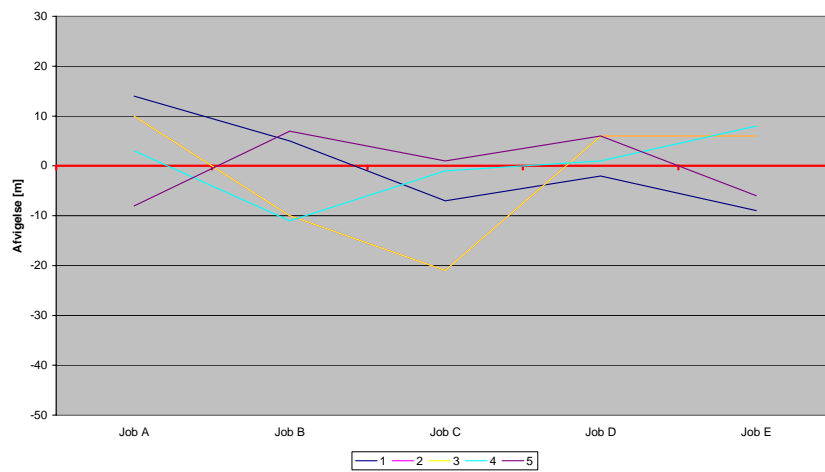
Middelværdi afstand 4



Middelværdi afstand 5



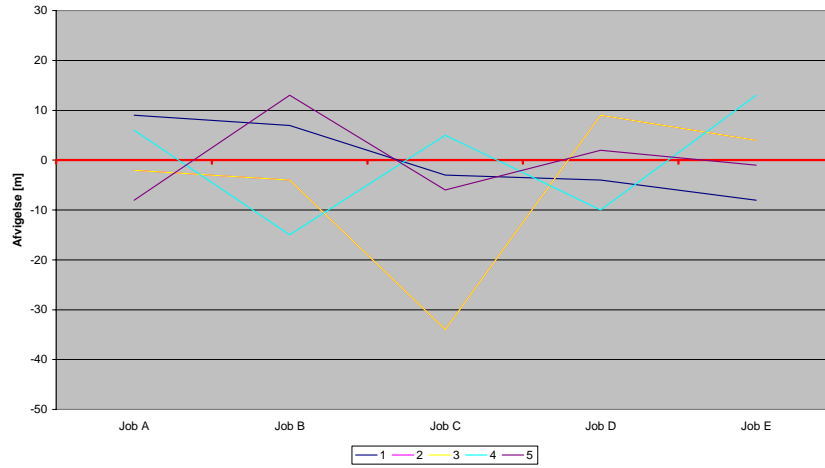
Middelværdi afstand 6



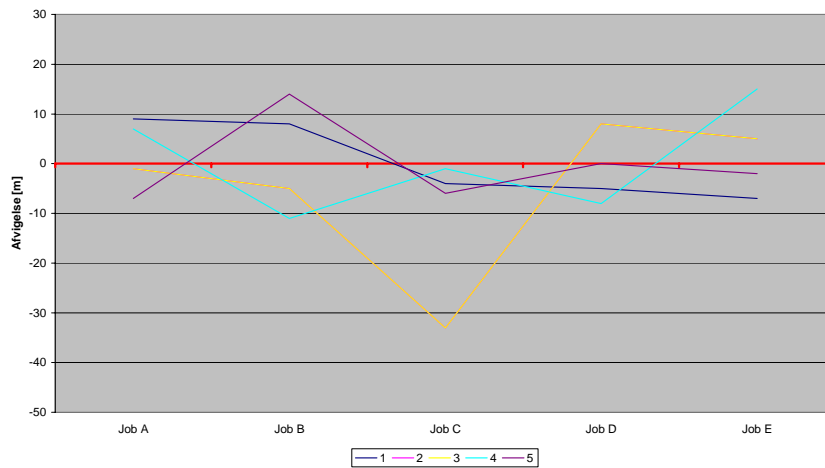


# D1 - Relativ nøjagtighed punktsky

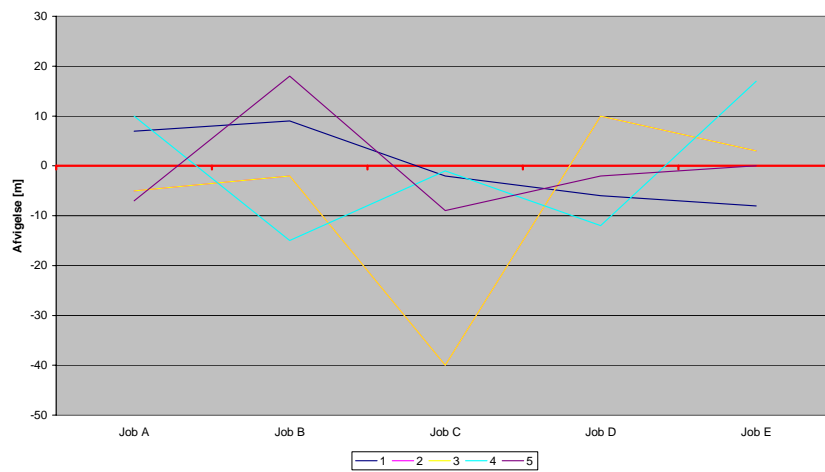
Middelværdi afstand 7



Middelværdi afstand 8

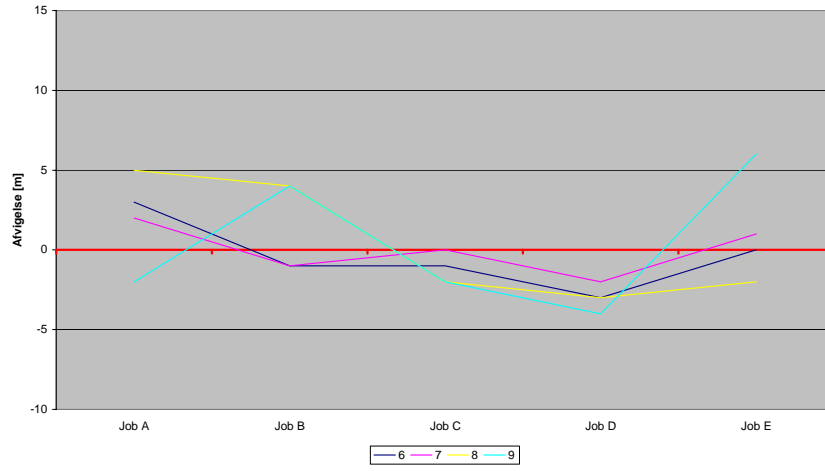


Middelværdi afstand 9

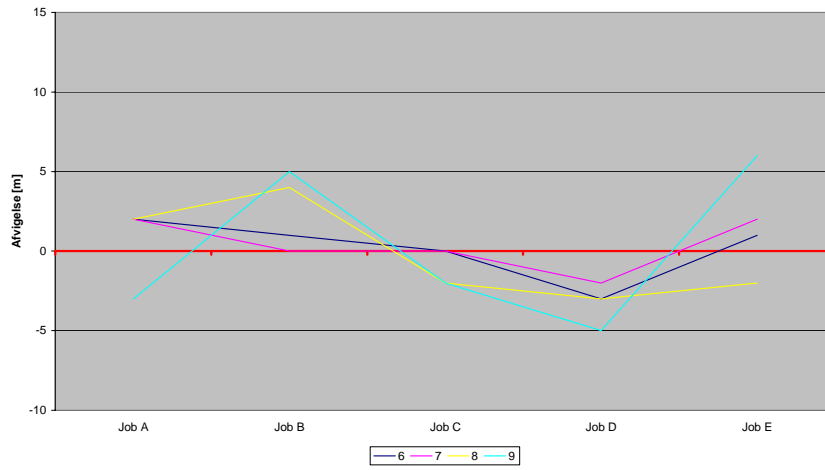


## D2 - Relativ nøjagtighed target

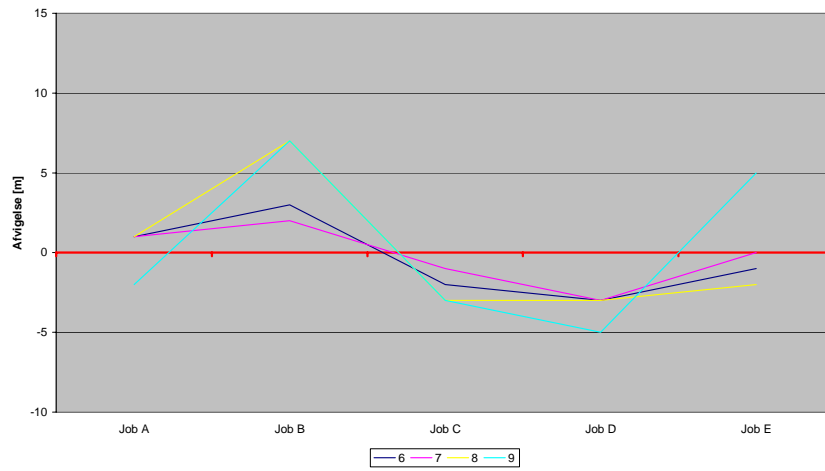
Middelværdi afstand 1



Middelværdi afstand 2

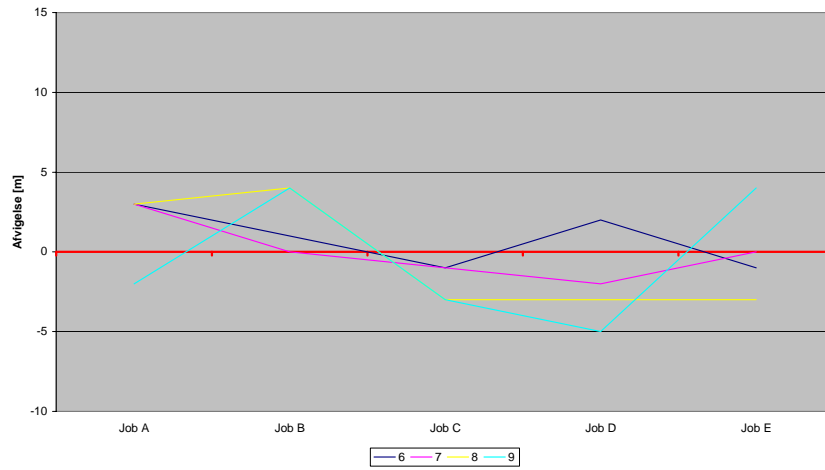


Middelværdi afstand 3

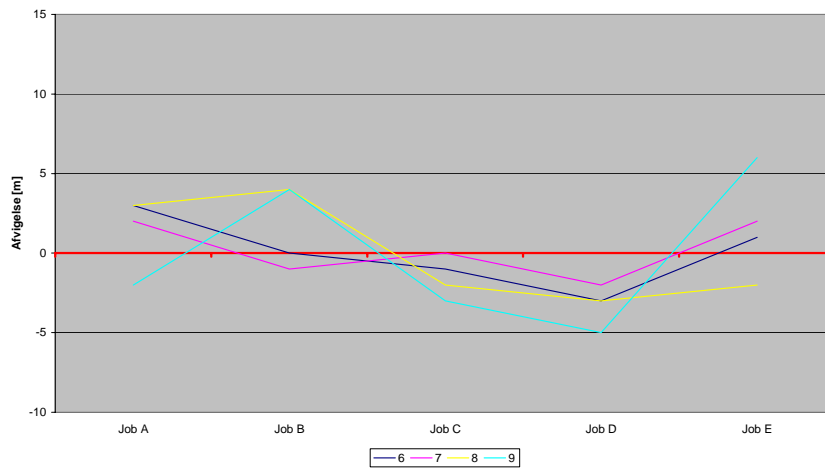


## D2 - Relativ nøjagtighed target

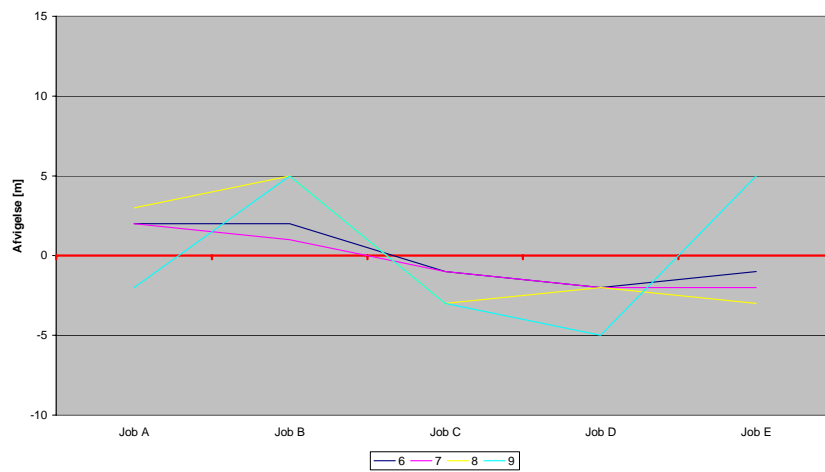
Middelværdi afstand 4



Middelværdi afstand 5

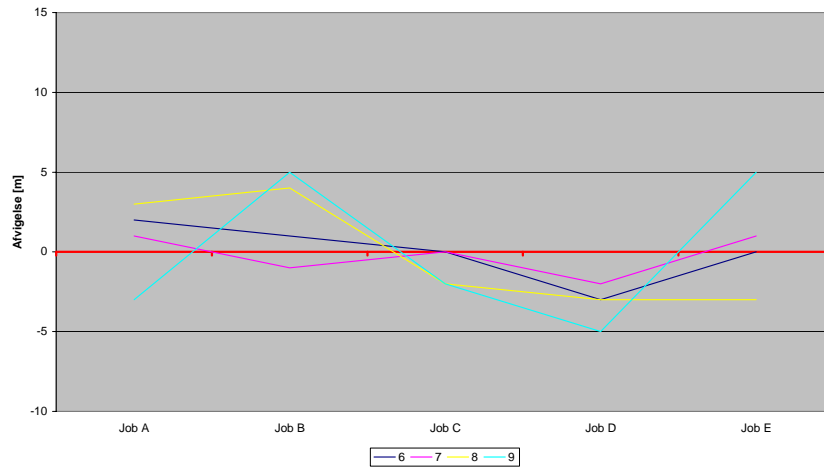


Middelværdi afstand 6

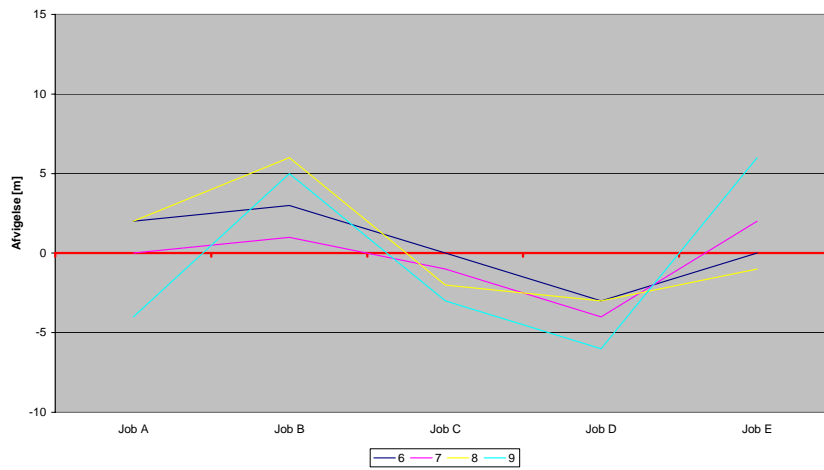


## D2 - Relativ nøjagtighed target

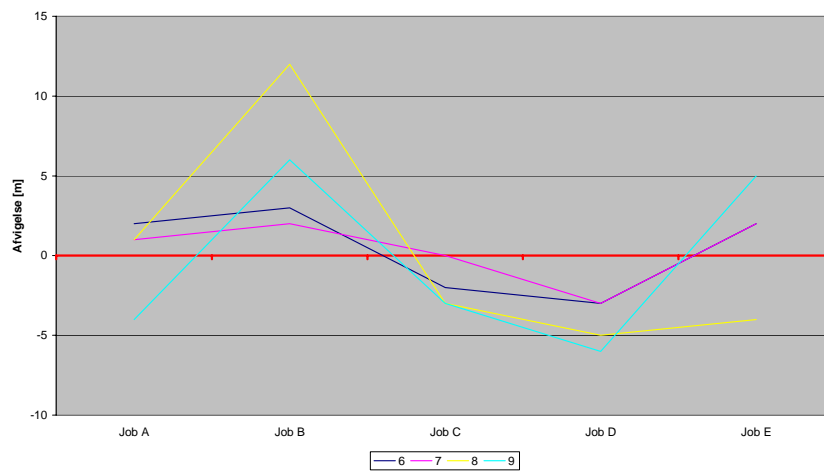
Middelværdi afstand 7



Middelværdi afstand 8

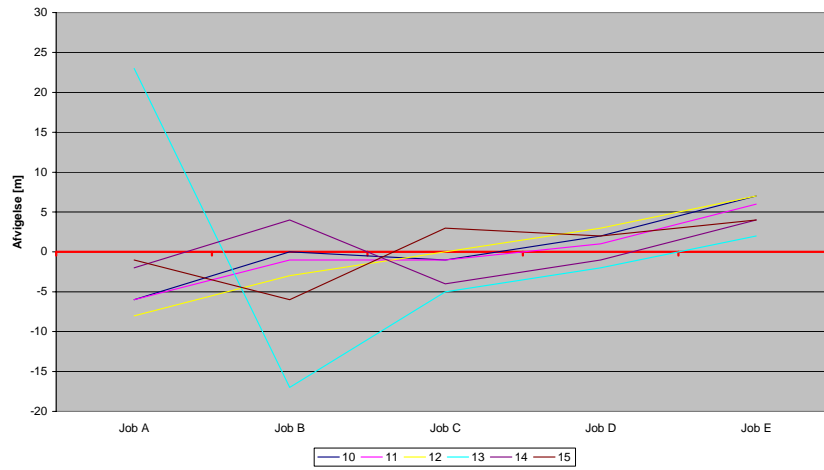


Middelværdi afstand 9

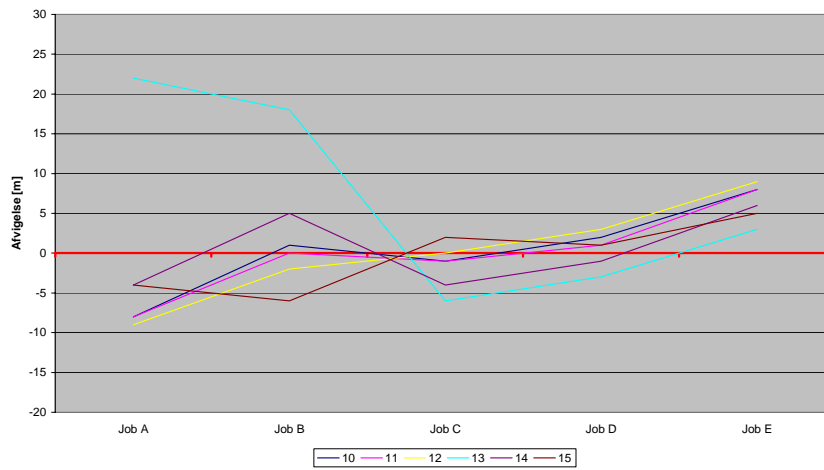


## D3 - Relativ nøjagtighed udgangssigte

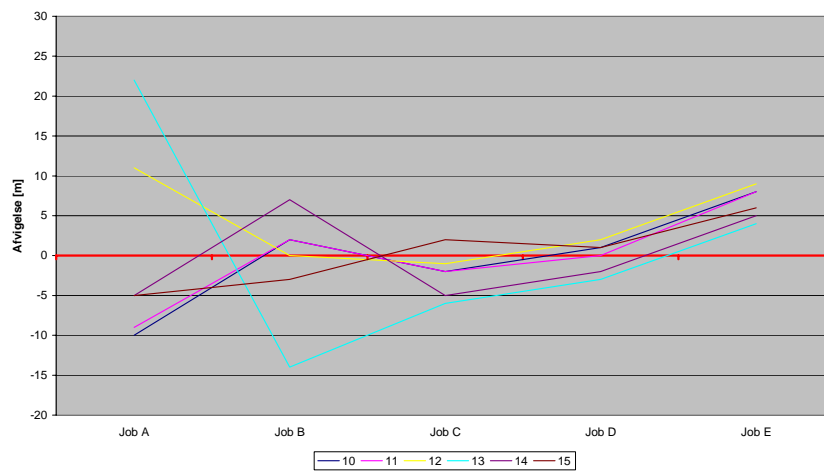
Middelværdi afstand 1



Middelværdi afstand 2

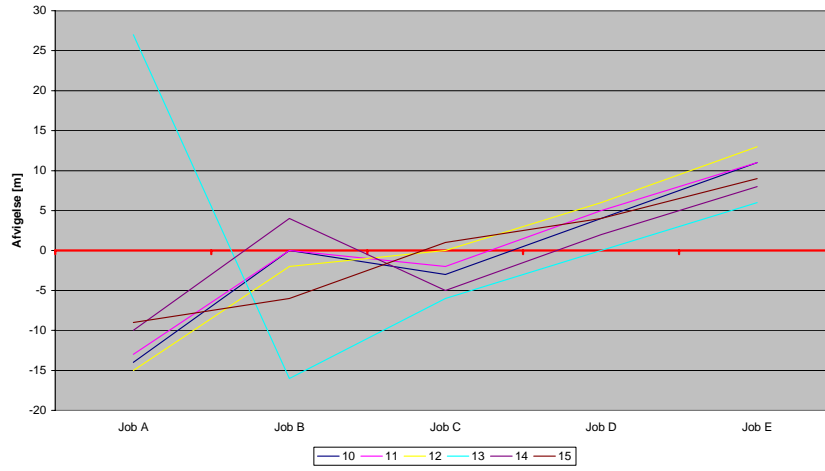


Middelværdi afstand 3

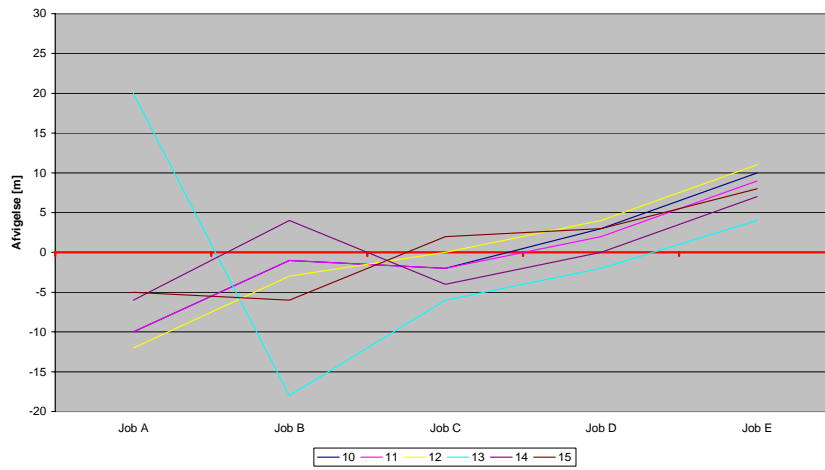


# D3 - Relativ nøjagtighed udgangssigte

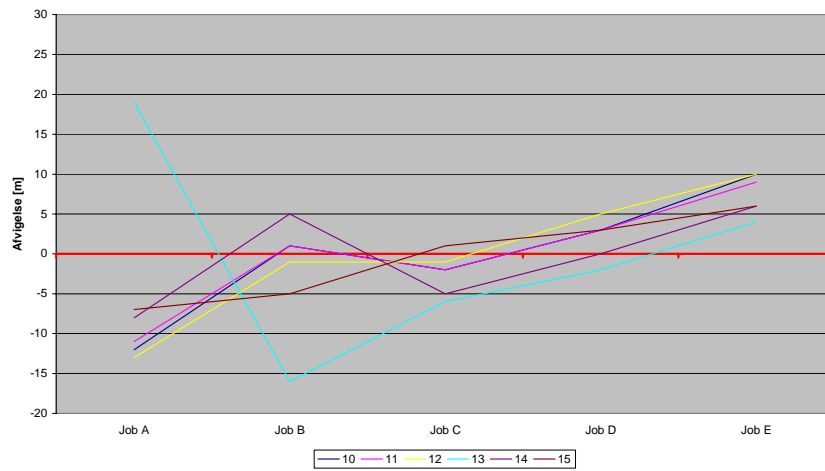
Middelværdi afstand 4



Middelværdi afstand 5

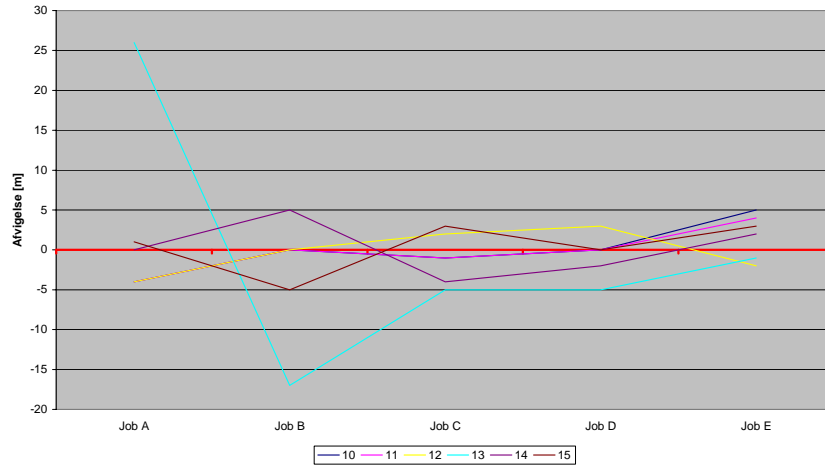


Middelværdi afstand 6

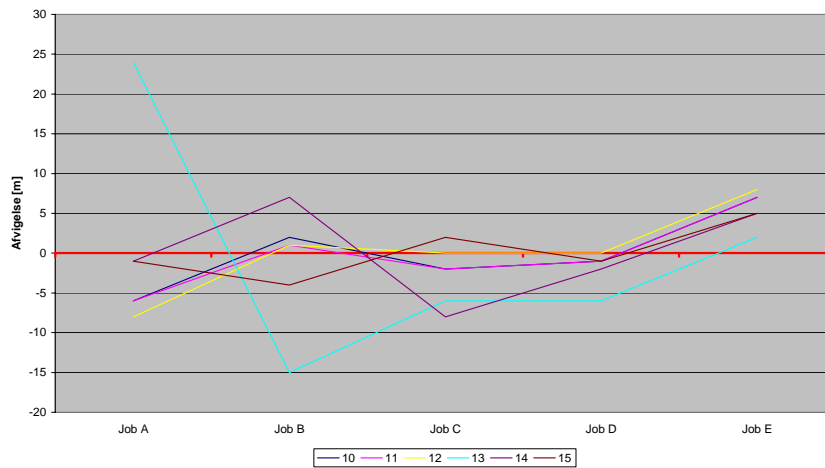


## D3 - Relativ nøjagtighed udgangssigte

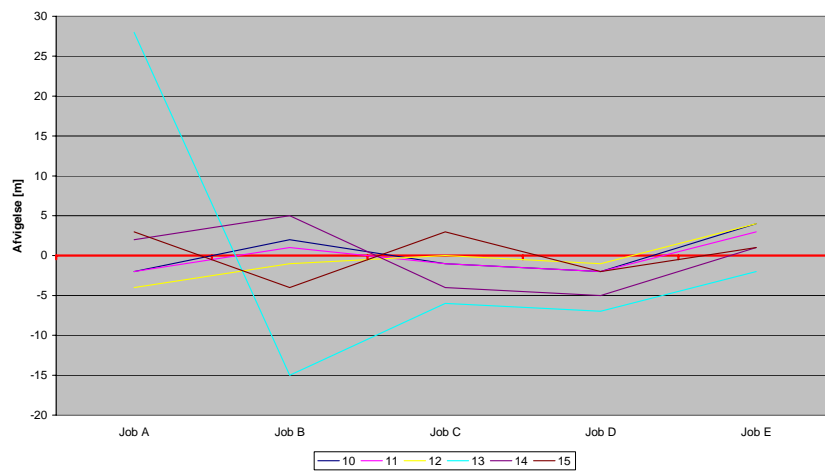
Middelværdi afstand 7



Middelværdi afstand 8



Middelværdi afstand 9



## E6 – Absolut nøjagtighed target

Sammenknytning 6 – Absolut nøjagtighed									
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-8	0	-1	1	2	4	9
	114,929	y [mm]	7	5	-2	-4	-3	5	
	15,013	z [mm]	7	-4	-8	-8	-8	7	
1002	87,890	x [mm]	-6	1	-1	1	1	3	7
	114,935	y [mm]	6	3	-2	-4	-3	4	
	12,742	z [mm]	6	-4	-7	-6	-7	5	
1003	87,888	x [mm]	-5	1	-2	-1	1	3	7
	114,953	y [mm]	5	2	-1	-2	-3	3	
	10,720	z [mm]	6	-5	-7	-6	-7	6	
1004	105,065	x [mm]	-5	2	-1	0	1	2	6
	115,009	y [mm]	4	-4	-2	-1	-2	3	
	15,014	z [mm]	2	-4	-6	-6	-7	5	
1005	105,031	x [mm]	-4	0	-2	-1	0	2	6
	115,005	y [mm]	4	-3	-1	1	-2	2	
	12,735	z [mm]	2	-3	-7	-6	-7	5	
1006	104,926	x [mm]	-3	1	-3	1	-1	3	7
	115,000	y [mm]	3	-4	-2	0	-2	3	
	10,580	z [mm]	2	-3	-7	-7	-8	6	
1007	121,925	x [mm]	-3	-2	-1	2	1	2	8
	115,012	y [mm]	-3	3	-1	3	1	2	
	15,031	z [mm]	5	-5	-5	-8	-11	7	
1008	121,929	x [mm]	-2	-2	-3	1	-2	2	8
	115,011	y [mm]	-3	2	-1	3	-1	2	
	12,744	z [mm]	5	-5	-6	-8	-11	7	
1009	121,971	x [mm]	-2	-2	-3	1	-1	2	8
	115,016	y [mm]	-3	2	-1	3	0	2	
	10,572	z [mm]	5	5	-7	-9	-11	8	



## E7 – Absolut nøjagtighed target

Sammenknytning 7 – Absolut nøjagtighed									
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	5	-2	1	2	2	3	6
	114,929	y [mm]	-7	5	-4	-5	-4	5	
	15,013	z [mm]	0	-2	0	-1	0	1	
1002	87,890	x [mm]	4	-1	0	1	1	2	4
	114,935	y [mm]	-2	4	-2	-3	-2	3	
	12,742	z [mm]	1	-2	0	0	1	1	
1003	87,888	x [mm]	3	0	-1	-1	0	1	3
	114,953	y [mm]	2	3	-1	1	1	2	
	10,720	z [mm]	1	-3	0	1	1	2	
1004	105,065	x [mm]	2	0	1	0	1	1	5
	115,009	y [mm]	-2	-2	-5	-4	-4	4	
	15,014	z [mm]	-1	-2	-2	-2	2	2	
1005	105,031	x [mm]	0	-1	0	-1	0	1	3
	115,005	y [mm]	-2	-3	-2	0	-1	2	
	12,735	z [mm]	-3	-1	-3	-2	-2	2	
1006	104,926	x [mm]	-1	0	-2	-2	-2	2	3
	115,000	y [mm]	2	0	0	2	1	1	
	10,580	z [mm]	-1	-1	-2	-3	-2	2	
1007	121,925	x [mm]	-1	-4	-1	1	-1	2	7
	115,012	y [mm]	7	3	0	-2	1	4	
	15,031	z [mm]	1	0	-3	-6	-9	5	
1008	121,929	x [mm]	-1	-4	-2	1	-4	3	7
	115,011	y [mm]	6	1	1	1	1	3	
	12,744	z [mm]	1	0	-4	-6	-10	6	
1009	121,971	x [mm]	-1	-3	-3	0	-4	3	8
	115,016	y [mm]	6	0	3	3	4	4	
	10,572	z [mm]	1	0	-5	-7	-9	6	

## E8 – Absolut nøjagtighed target

Sammenknytning 8 – Absolut nøjagtighed									
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	11	3	-5	-2	-1	6	18
	114,929	y [mm]	-7	7	-1	--1	-1	4	
	15,013	z [mm]	2	4	-19	-24	-17	16	
1002	87,890	x [mm]	9	3	-5	-2	-1	5	14
	114,935	y [mm]	-7	6	-1	-1	-2	4	
	12,742	z [mm]	3	4	-19	-23	-16	13	
1003	87,888	x [mm]	7	4	-5	-2	-1	4	16
	114,953	y [mm]	-6	5	0	0	-2	4	
	10,720	z [mm]	3	3	-19	-22	-16	15	
1004	105,065	x [mm]	8	2	-5	-2	-2	4	12
	115,009	y [mm]	-2	-3	0	1	0	2	
	15,014	z [mm]	8	0	-13	-16	-13	11	
1005	105,031	x [mm]	6	0	-5	-2	-2	4	12
	115,005	y [mm]	-2	-3	1	3	0	2	
	12,735	z [mm]	8	1	-13	-16	-13	11	
1006	104,926	x [mm]	5	0	-5	-1	-3	3	12
	115,000	y [mm]	0	-3	0	1	-1	1	
	10,580	z [mm]	8	2	-13	-17	-13	12	
1007	121,925	x [mm]	6	-2	-4	-1	0	3	9
	115,012	y [mm]	2	1	0	5	3	3	
	15,031	z [mm]	-3	-4	-6	-10	-13	8	
1008	121,929	x [mm]	5	-3	-4	0	0	3	9
	115,011	y [mm]	2	1	0	4	3	2	
	12,744	z [mm]	-3	-3	-7	-10	-13	8	
1009	121,971	x [mm]	4	-3	-4	1	-2	3	10
	115,016	y [mm]	3	1	0	3	0	2	
	10,572	z [mm]	-3	-4	-8	-11	-14	9	

## E9 – Absolut nøjagtighed target

Sammenknytning 9 – Absolut nøjagtighed									
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A	Job B	Job C	Job D	Job E	$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-1	9	-3	-3	1	4	12
	114,929	y [mm]	-16	10	0	-2	1	8	
	15,013	z [mm]	-8	-2	-8	-10	-8	8	
1002	87,890	x [mm]	-1	10	-3	-4	1	5	12
	114,935	y [mm]	-15	8	0	-2	0	8	
	12,742	z [mm]	-7	-2	-7	-8	-7	7	
1003	87,888	x [mm]	-1	10	-4	-5	0	7	12
	114,953	y [mm]	-13	7	1	0	1	7	
	10,720	z [mm]	-6	-3	-7	-8	-7	6	
1004	105,065	x [mm]	7	8	-3	-1	0	5	11
	115,009	y [mm]	-16	-3	1	2	2	7	
	15,014	z [mm]	-11	-1	-6	-4	-7	7	
1005	105,031	x [mm]	5	7	-4	-2	0	4	11
	115,005	y [mm]	-16	-3	2	4	2	8	
	12,735	z [mm]	-11	0	-7	-4	-8	7	
1006	104,926	x [mm]	-4	8	-5	-2	-1	5	10
	115,000	y [mm]	-10	-3	2	3	1	5	
	10,580	z [mm]	-11	0	-6	-5	-8	7	
1007	121,925	x [mm]	6	4	0	0	-4	4	11
	115,012	y [mm]	-14	-2	-1	6	4	7	
	15,031	z [mm]	-13	-2	-6	-3	-8	8	
1008	121,929	x [mm]	5	4	-2	0	-6	4	11
	115,011	y [mm]	-14	-2	-1	6	2	7	
	12,744	z [mm]	-14	-2	-6	-4	-7	8	
1009	121,971	x [mm]	6	4	-2	0	-6	4	11
	115,016	y [mm]	-14	-2	-1	5	1	7	
	10,572	z [mm]	-14	-2	-8	-4	-8	8	

## E10 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – ikke korrigeret

Sammenknytning 10 – Absolut nøjagtighed, ikke korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	7		-3		4		-5		-5		5	33
	114,929	y [mm]	13		4		-6		-6		-8		8	
	15,013	z [mm]	19		-33		46		28		29		32	
1002	87,890	x [mm]	2		-2		3		-2		-2		2	32
	114,932	y [mm]	10		1		0		-1		-2		5	
	12,742	z [mm]	18		-33		46		27		28		32	
1003	87,888	x [mm]	-1		-2		4		1		0		2	31
	114,953	y [mm]	6		-2		4		2		2		4	
	10,720	z [mm]	18		-32		46		27		28		31	
1004	105,065	x [mm]	11	-15	-5	-12	4	-6	-2	-5	-4	-3	8	41
	115,009	y [mm]	10	21	12	20	-8	-2	-8	-6	-10	-2	12	
	15,014	z [mm]	-21	-61	-25	-55	40	12	44	13	45	27	38	
1005	105,031	x [mm]	6	-8	-3	-5	4	-1	0	0	-1	1	4	39
	115,005	y [mm]	6	13	6	12	-4	0	-4	-5	-5	-1	7	
	12,735	z [mm]	-21	-61	-25	-55	41	12	43	13	45	25	38	
1006	104,926	x [mm]	2	-2	-2	-1	4	3	2	4	2	2	3	38
	115,006	y [mm]	4	4	1	5	2	2	-1	-2	1	5	3	
	10,580	z [mm]	-22	-61	-25	-56	41	12	44	14	45	26	38	
1007	121,925	x [mm]	-13		-8		-4		-6		0		8	36
	115,012	y [mm]	18		18		-6		-10		-11		13	
	15,031	z [mm]	-18		-14		-39		-42		-42		33	
1008	121,929	x [mm]	-7		-3		1		-2		5		4	35
	115,011	y [mm]	11		11		-3		-8		-4		8	
	12,744	z [mm]	-17		-14		40		43		43		34	
1009	121,971	x [mm]	-1		2		5		2		6		4	34
	115,016	y [mm]	2		4		-1		-4		-2		3	
	10,572	z [mm]	-17		-14		41		43		42		34	

## E11 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – ikke korrigeret

Sammenknytning 11 – Absolut nøjagtighed, ikke korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	5		-3		3		-6		-6		5	33
	114,929	y [mm]	12		4		-7		-7		-9		8	
	15,013	z [mm]	19		-33		46		28		29		32	
1002	87,890	x [mm]	1		-2		2		-3		-3		2	32
	114,932	y [mm]	9		1		-1		-2		-3		4	
	12,742	z [mm]	18		-33		46		27		28		32	
1003	87,888	x [mm]	-3		-2		2		0		-1		2	32
	114,953	y [mm]	5		-3		3		1		1		3	
	10,720	z [mm]	18		-32		46		27		28		32	
1004	105,065	x [mm]	10	-15	-5	-12	3	-6	-3	-5	-5	-3	8	41
	115,009	y [mm]	10	21	12	20	-8	-2	-8	-6	-10	-2	12	
	15,014	z [mm]	-21	-61	-25	-55	40	12	44	13	45	27	38	
1005	105,031	x [mm]	5	-8	-3	-5	3	-1	-1	0	-2	1	4	39
	115,005	y [mm]	7	13	6	12	-3	0	-3	-5	-5	-1	7	
	12,735	z [mm]	-21	-61	-25	-56	41	12	43	13	45	25	38	
1006	104,926	x [mm]	1	-2	-2	-1	3	2	1	4	1	2	2	38
	115,006	y [mm]	4	4	1	5	3	2	-1	-2	1	5	3	
	10,580	z [mm]	-22	-61	-25	-56	41	12	44	14	45	26	38	
1007	121,925	x [mm]	-13		-8		-4		-6		0		8	36
	115,012	y [mm]	18		18		-5		-9		-10		13	
	15,031	z [mm]	-18		-14		39		42		42		33	
1008	121,929	x [mm]	-7		-2		1		-2		4		4	35
	115,011	y [mm]	11		11		-3		-7		-4		8	
	12,744	z [mm]	-17		-14		40		43		43		34	
1009	121,971	x [mm]	-1		2		5		2		6		4	34
	115,016	y [mm]	2		4		-1		-4		-1		3	
	10,572	z [mm]	-17		-14		41		43		42		34	

## E12 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – ikke korrigeret

Sammenknytning 12 – Absolut nøjagtighed, ikke korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	11		3		2		-7		-7		7	35
	114,929	y [mm]	17		8		-8		-7		-10		11	
	15,013	z [mm]	19		-33		46		28		29		32	
1002	87,890	x [mm]	7		3		1		-4		-4		4	33
	114,932	y [mm]	13		5		-2		-2		-4		7	
	12,742	z [mm]	18		-33		46		27		28		32	
1003	87,888	x [mm]	3		3		2		-1		-2		2	32
	114,953	y [mm]	10		2		2		0		0		5	
	10,720	z [mm]	18		-32		46		27		28		32	
1004	105,065	x [mm]	15	-11	1	-9	2	-6	-4	-5	-6	-3	7	40
	115,009	y [mm]	8	22	10	21	-8	-2	-8	-6	-9	-2	12	
	15,014	z [mm]	-21	-61	-25	-55	40	12	44	13	45	27	38	
1005	105,031	x [mm]	11	-4	2	-2	2	-1	-2	1	-3	1	4	39
	115,005	y [mm]	5	14	4	13	-3	0	-3	-5	-4	-1	7	
	12,735	z [mm]	-21	-61	-25	-56	41	12	43	13	45	25	38	
1006	104,926	x [mm]	6	1	3	3	2	3	0	4	0	3	3	38
	115,006	y [mm]	2	5	-1	7	3	2	0	-2	1	5	3	
	10,580	z [mm]	-22	-61	-25	-56	41	12	44	14	45	26	38	
1007	121,925	x [mm]	-9		-4		-4		-6		0		5	35
	115,012	y [mm]	15		15		6		-10		-10		8	
	15,031	z [mm]	-18		-14		39		42		42		33	
1008	121,929	x [mm]	-3		1		1		-2		5		3	35
	115,011	y [mm]	8		8		-3		-8		-4		7	
	12,744	z [mm]	-17		-14		40		43		43		34	
1009	121,971	x [mm]	2		6		5		2		6		5	34
	115,016	y [mm]	-1		-1		-1		-5		-1		2	
	10,572	z [mm]	-17		-14		41		43		42		34	

## E13 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – ikke korrigeret

Sammenknytning 13 – Absolut nøjagtighed, ikke korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-40		-3		4		-5		-5		18	39
	114,929	y [mm]	-25		4		-6		-6		-8		12	
	15,013	z [mm]	19		-33		46		28		29		32	
1002	87,890	x [mm]	-44		-2		3		-2		-2		20	40
	114,932	y [mm]	-28		1		0		-1		-2		13	
	12,742	z [mm]	18		-33		46		27		28		32	
1003	87,888	x [mm]	-48		-2		4		2		0		22	42
	114,953	y [mm]	-32		-2		4		2		2		15	
	10,720	z [mm]	18		-32		46		27		28		32	
1004	105,065	x [mm]	-36	-22	-5	-20	4	-1	-2	0	-4	1	15	43
	115,009	y [mm]	25	18	12	17	-8	0	-8	-5	-10	0	13	
	15,014	z [mm]	-21	-61	-25	-55	40	12	44	13	45	27	38	
1005	105,031	x [mm]	-41	-16	-3	-14	4	4	0	5	-1	5	15	42
	115,005	y [mm]	22	9	6	9	4	2	-4	-4	-5	0	9	
	12,735	z [mm]	-21	-61	-25	-56	41	12	43	13	45	26	38	
1006	104,926	x [mm]	-45	-10	-2	-9	4	7	3	8	2	7	15	41
	115,006	y [mm]	19	1	1	3	2	4	-1	-1	1	6	7	
	10,580	z [mm]	-22	-61	-25	-56	41	12	44	14	45	26	38	
1007	121,925	x [mm]	-20		-16		-1		1		4		12	39
	115,012	y [mm]	24		25		-9		-13		-14		18	
	15,031	z [mm]	-18		-14		39		42		42		33	
1008	121,929	x [mm]	-14		-11		6		3		9		9	37
	115,011	y [mm]	17		18		-7		-11		-7		13	
	12,744	z [mm]	-17		-14		40		43		43		34	
1009	121,971	x [mm]	-9		-6		10		6		10		8	36
	115,016	y [mm]	9		11		-5		-8		-5		8	
	10,572	z [mm]	-17		-14		41		43		42		34	

## E14 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – ikke korrigeret

Sammenknytning 14 – Absolut nøjagtighed, ikke korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	7		0		1		-7		-8		6	34
	114,929	y [mm]	14		6		-8		-8		-10		10	
	15,013	z [mm]	19		-33		46		28		29		32	
1002	87,890	x [mm]	3		0		1		-4		-5		3	33
	114,932	y [mm]	10		3		-2		3		-5		5	
	12,742	z [mm]	18		-33		46		27		28		32	
1003	87,888	x [mm]	-1		0		1		1		-3		2	32
	114,953	y [mm]	7		0		2		0		0		3	
	10,720	z [mm]	18		-32		46		27		28		32	
1004	105,065	x [mm]	12	-7	-2	-2	2	-8	-4	-6	-7	-5	6	40
	115,009	y [mm]	9	23	11	23	-7	-2	-8	-7	-9	-3	12	
	15,014	z [mm]	-21	-61	-25	-55	40	12	44	13	45	27	38	
1005	105,031	x [mm]	7	0	-1	5	2	3	-2	-1	-4	-2	4	39
	115,005	y [mm]	6	16	5	16	-3	0	-3	-6	-4	-2	8	
	12,735	z [mm]	-21	-61	-25	-56	41	12	43	13	45	26	38	
1006	104,926	x [mm]	3	6	1	9	2	1	0	2	-1	0	4	38
	115,006	y [mm]	3	7	0	9	3	2	0	-3	1	4	4	
	10,580	z [mm]	-22	-61	-25	-56	41	12	44	14	45	26	38	
1007	121,925	x [mm]	-5		2		-6		-8		-2		5	35
	115,012	y [mm]	12		10		-4		-8		-9		9	
	15,031	z [mm]	-18		-14		39		42		42		33	
1008	121,929	x [mm]	1		7		-1		-3		2		4	34
	115,011	y [mm]	4		3		-2		-6		-2		4	
	12,744	z [mm]	-17		-14		40		43		43		34	
1009	121,971	x [mm]	7		12		3		0		4		7	35
	115,016	y [mm]	-4		-4		0		-3		1		3	
	10,572	z [mm]	-17		-14		41		43		42		34	

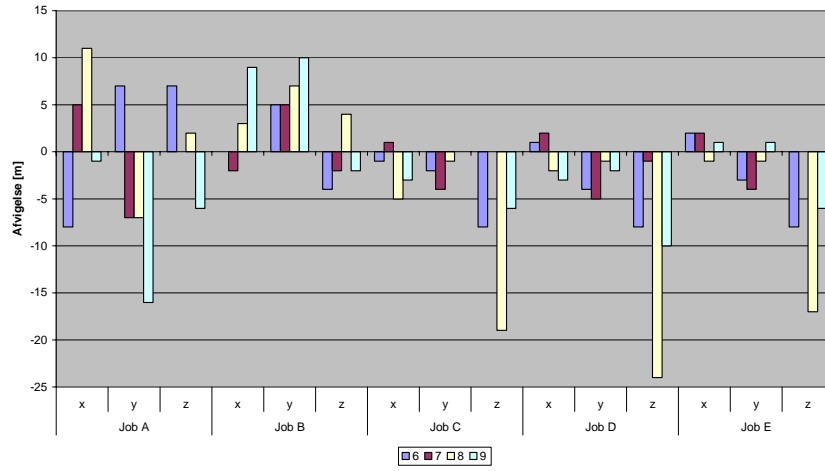


## E15 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – ikke korrigeret

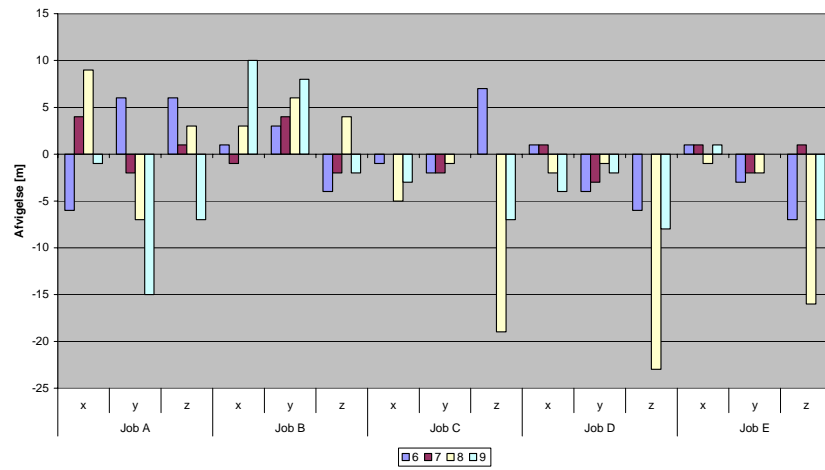
Sammenknytning 15 – Absolut nøjagtighed, ikke korrigeret																			
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A			Job B			Job C			Job D			Job E			$\sigma$ [mm]	$\sigma_P$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	3			2			-1			-6			-5			4	33
	114,929	y [mm]	10			8			-10			-7			-8			9	
	15,013	z [mm]	19			-33			46			28			29			32	
1002	87,890	x [mm]	-1			2			-3			-3			-3			3	32
	114,932	y [mm]	7			4			-4			-2			-3			4	
	12,742	z [mm]	18			-33			46			27			28			32	
1003	87,888	x [mm]	-5			3			-1			0			0			3	32
	114,953	y [mm]	3			1			0			1			2			2	
	10,720	z [mm]	18			-32			46			27			28			32	
1004	105,065	x [mm]	7	-11	0	-11	-1	-5	-3	-4	-4	-3						6	40
	115,009	y [mm]	11	22	10	20	-7	1	-8	-6	-10	-2						12	
	15,014	z [mm]	-21	-61	-25	-55	40	12	44	13	45	27						38	
1005	105,031	x [mm]	2	-5	1	-4	-1	0	-1	2	-2	1						2	39
	115,005	y [mm]	8	14	4	13	-2	1	-3	-5	-5	-1						7	
	12,735	z [mm]	-21	-61	-25	-56	41	12	43	13	45	26						38	
1006	104,926	x [mm]	-2	1	3	0	-1	4	1	5	1	2						2	38
	115,006	y [mm]	5	5	1	6	4	3	0	-2	1	5						4	
	10,580	z [mm]	-22	-61	-25	-56	41	12	44	14	45	26						38	
1007	121,925	x [mm]	-9			-7			-4			-6			0			6	36
	115,012	y [mm]	16			17			-6			-11			-10			13	
	15,031	z [mm]	-18			-14			39			42			42			33	
1008	121,929	x [mm]	-3			-1			2			-1			4			2	35
	115,011	y [mm]	8			10			-4			-8			-4			7	
	12,744	z [mm]	-17			-14			40			43			43			34	
1009	121,971	x [mm]	2			4			6			3			6			4	34
	115,016	y [mm]	0			3			-2			-5			-1			3	
	10,572	z [mm]	-17			-14			41			43			42			34	

# F1 - Absolut nøjagtighed target

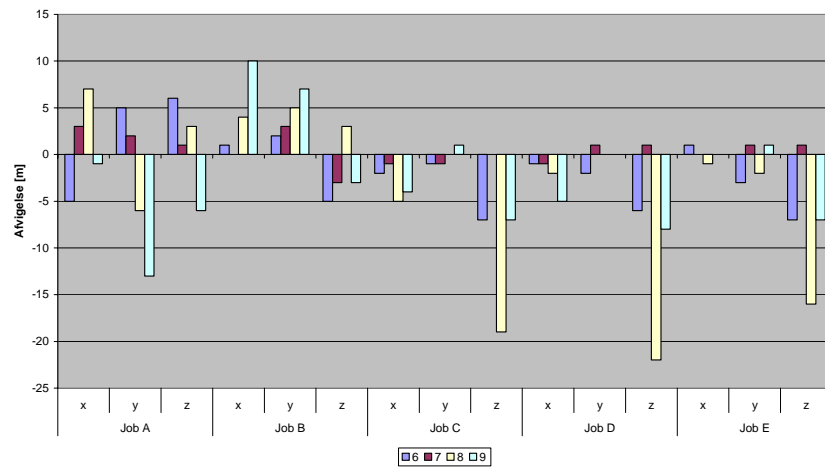
Afvigelse fra pkt. 1001



Afvigelse fra pkt. 1002

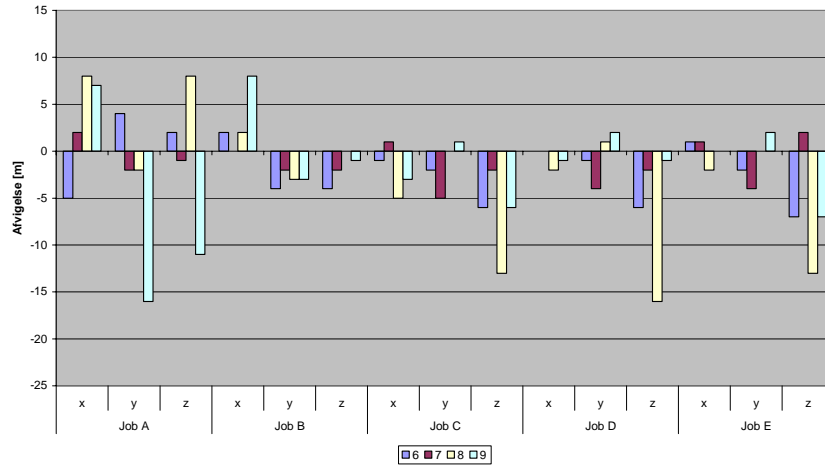


Afvigelse fra pkt. 1003

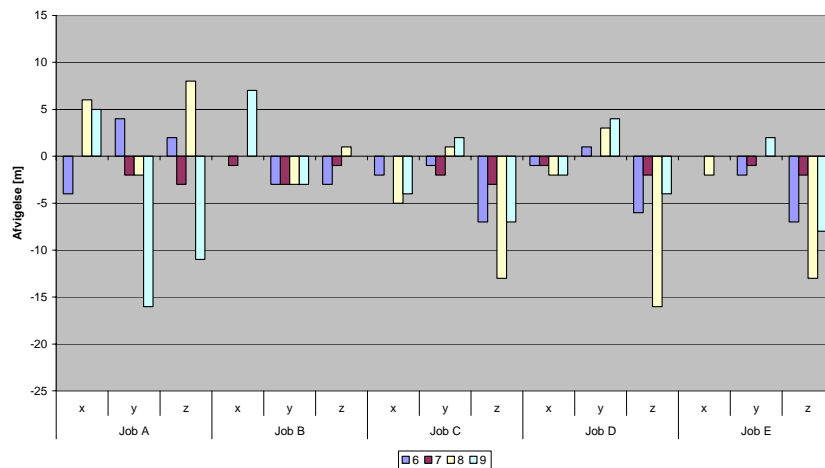


# F1 - Absolut nøjagtighed target

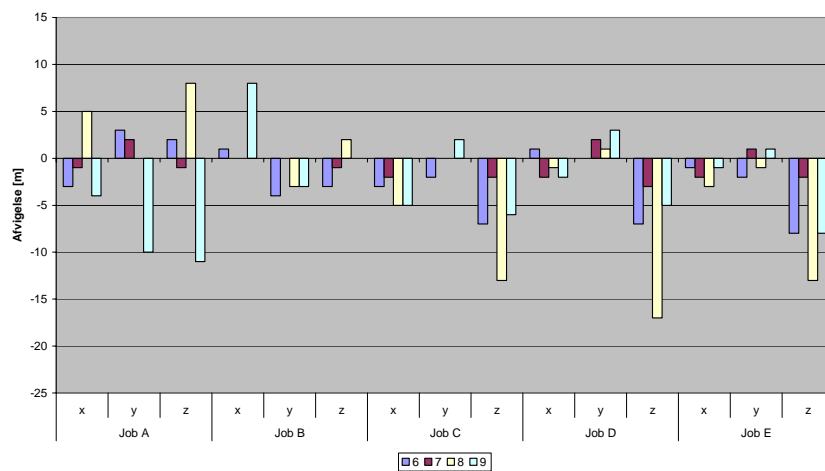
Afvigelse fra pkt. 1004



Afvigelse fra pkt. 1005

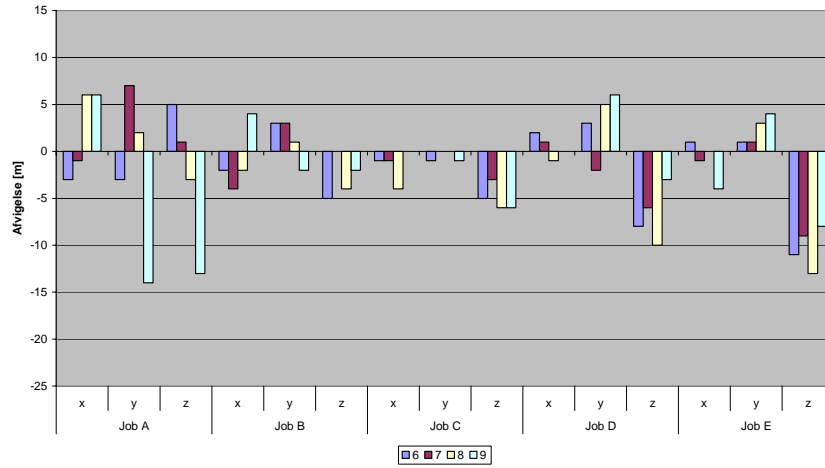


Afvigelse fra pkt. 1006

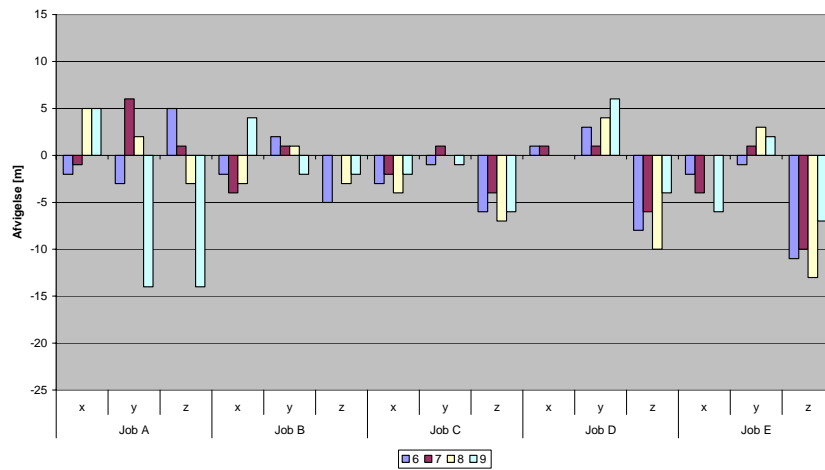


# F1 - Absolut nøjagtighed target

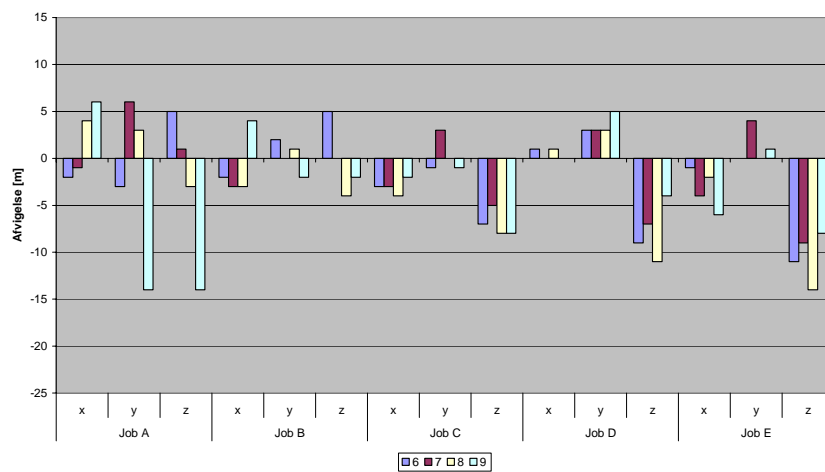
Afvigelse fra pkt. 1007



Afvigelse fra pkt. 1008

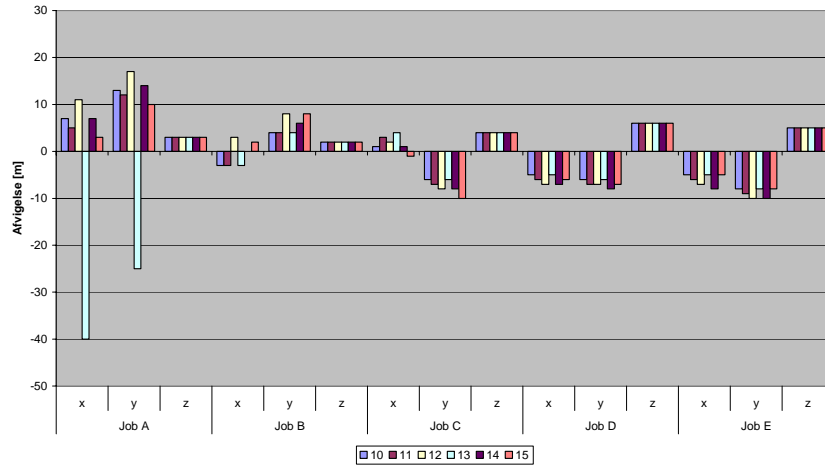


Afvigelse fra pkt. 1009

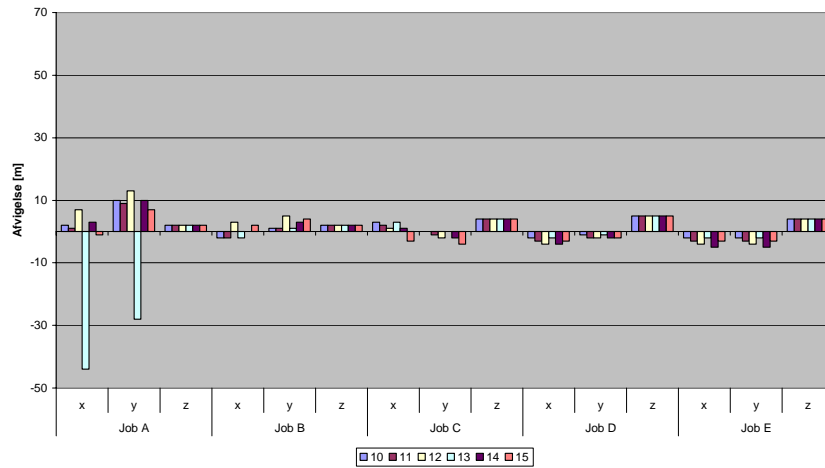


## F2 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – ikke korrigeret

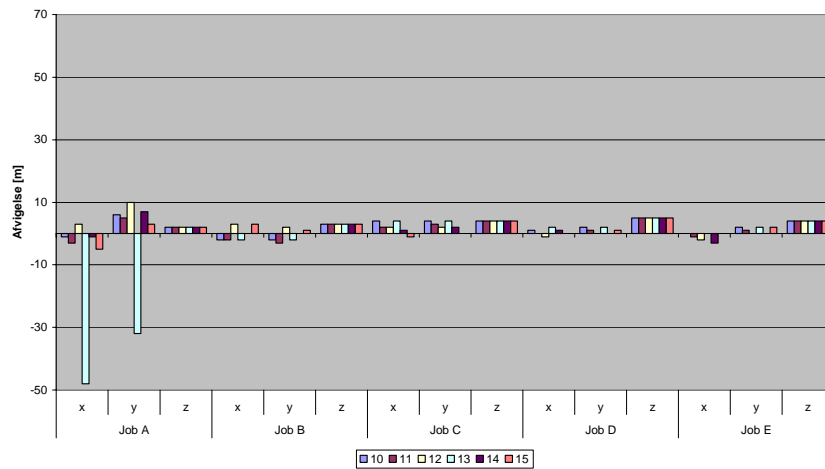
Afvigelse fra pkt. 1001



Afvigelse fra pkt. 1002

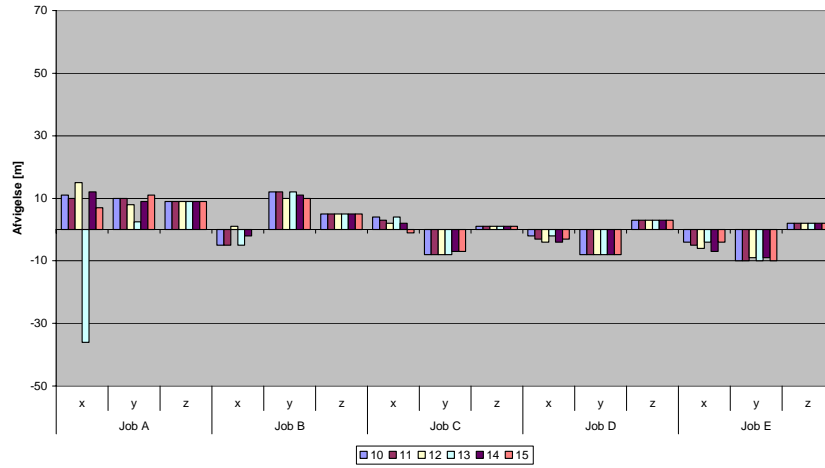


Afvigelse fra pkt. 1003

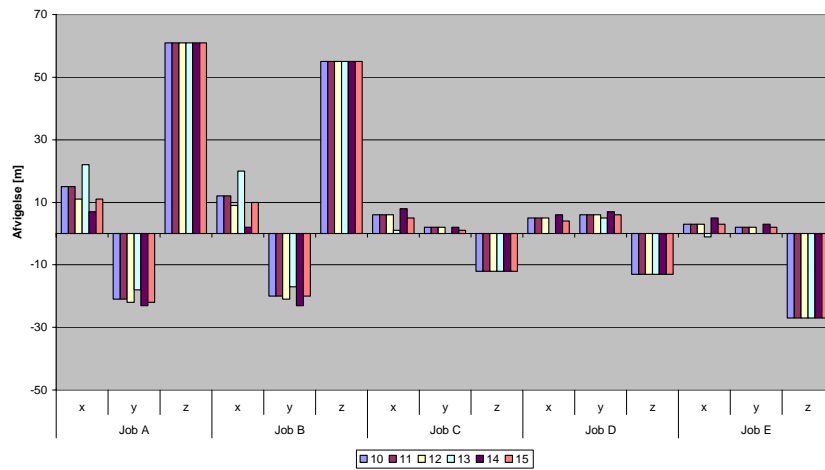


## F2 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – ikke korrigeret

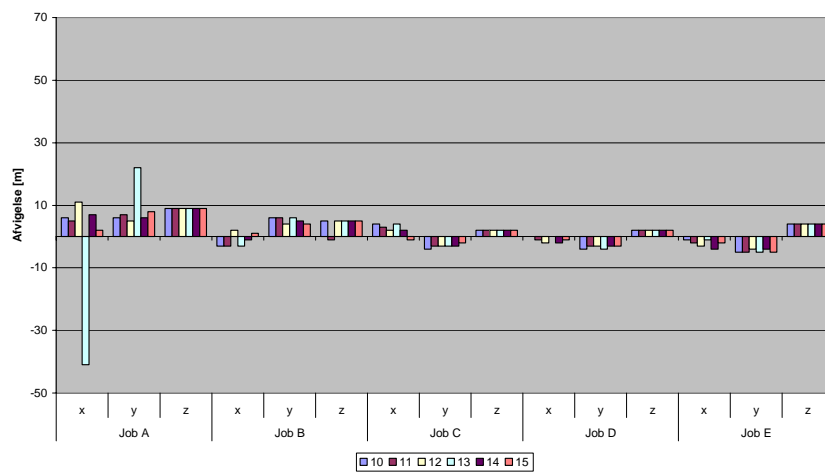
Afvigelse fra pkt. 1004



Afvigelse fra pkt. 1004

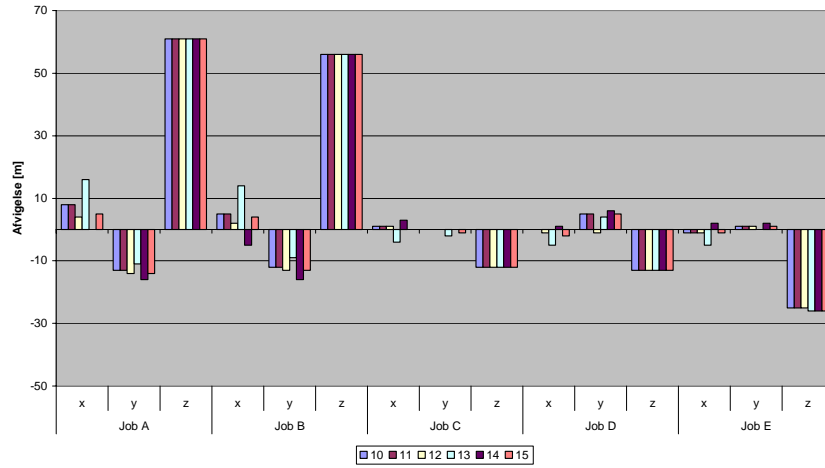


Afvigelse fra pkt. 1005

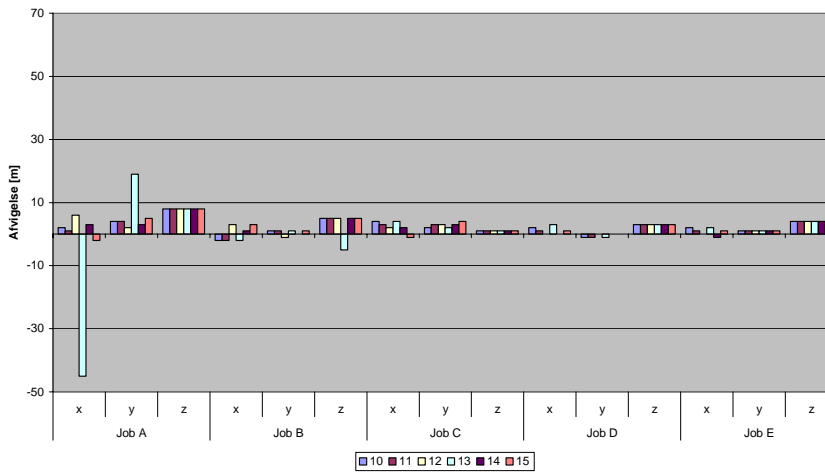


## F2 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – ikke korrigeret

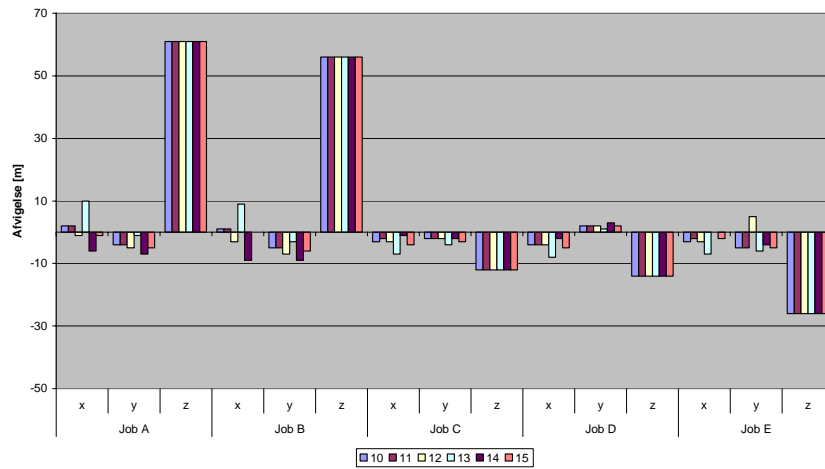
Afvigelse fra pkt. 1005



Afvigelse fra pkt. 1006

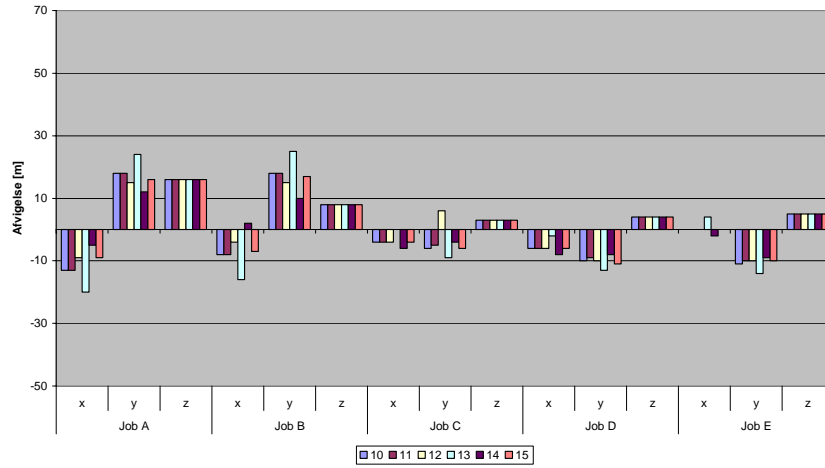


Afvigelse fra pkt. 1006

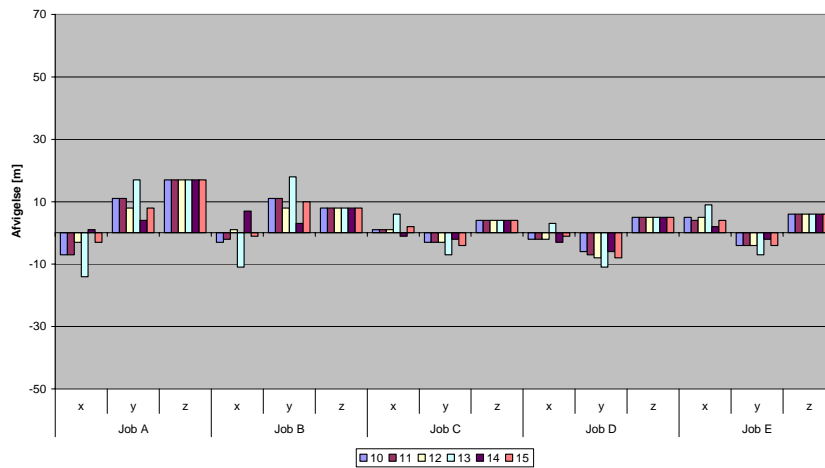


## F2 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – ikke korrigeret

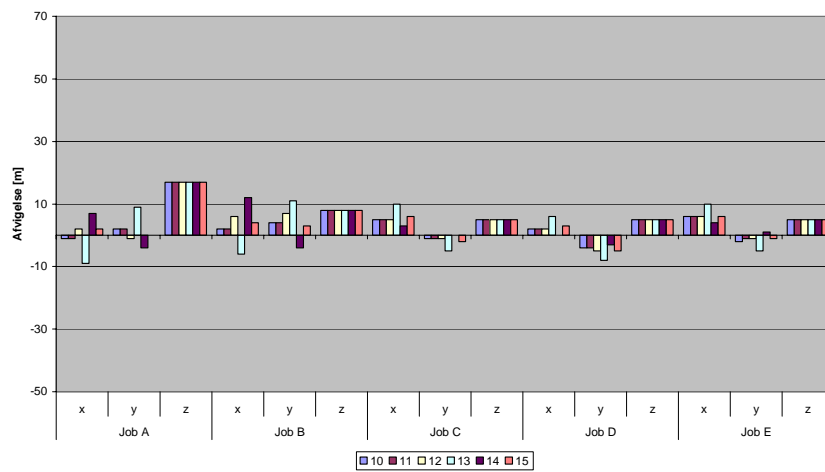
Afvigelse fra pkt. 1007



Afvigelse fra pkt. 1008



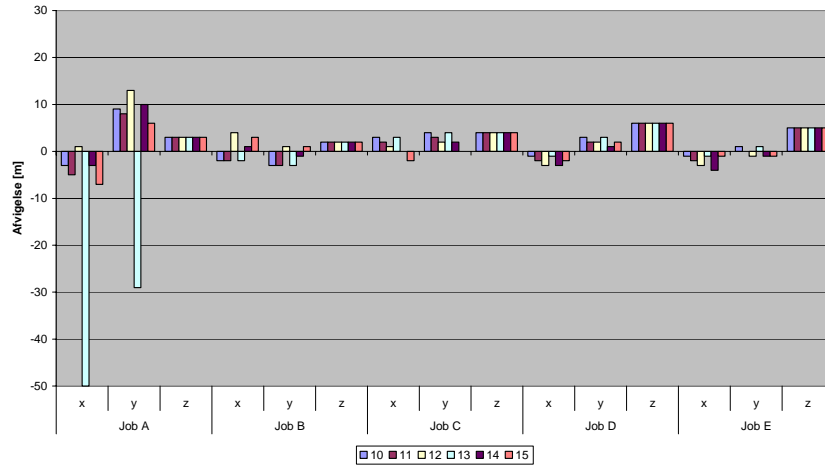
Afvigelse fra pkt. 1009



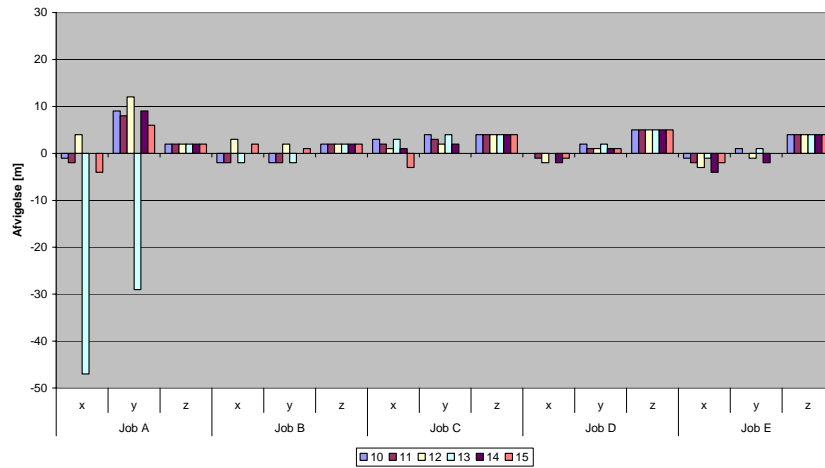


### F3 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – korrigeret

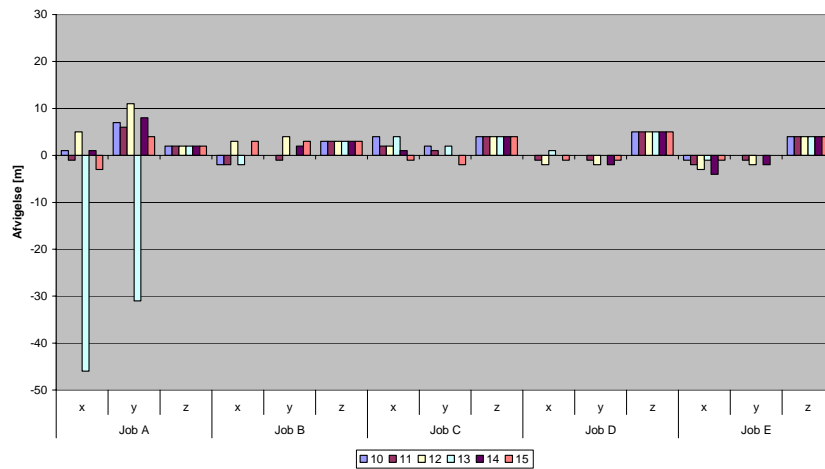
Afvigelse fra pkt. 1001



Afvigelse fra pkt. 1002

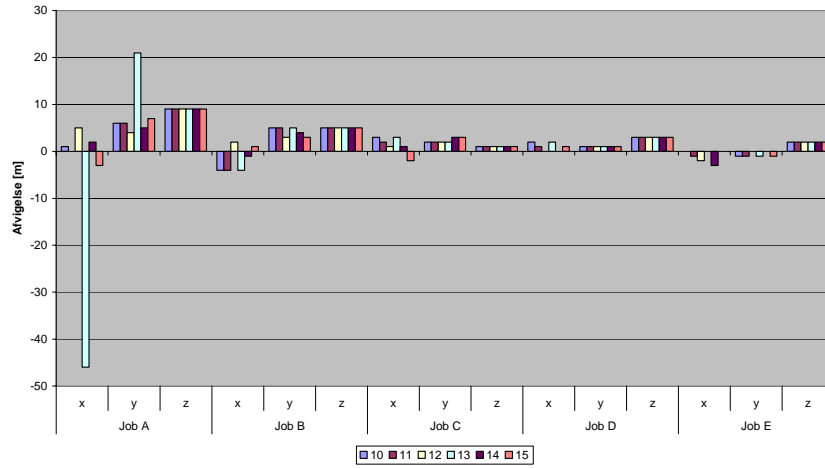


Afvigelse fra pkt. 1003

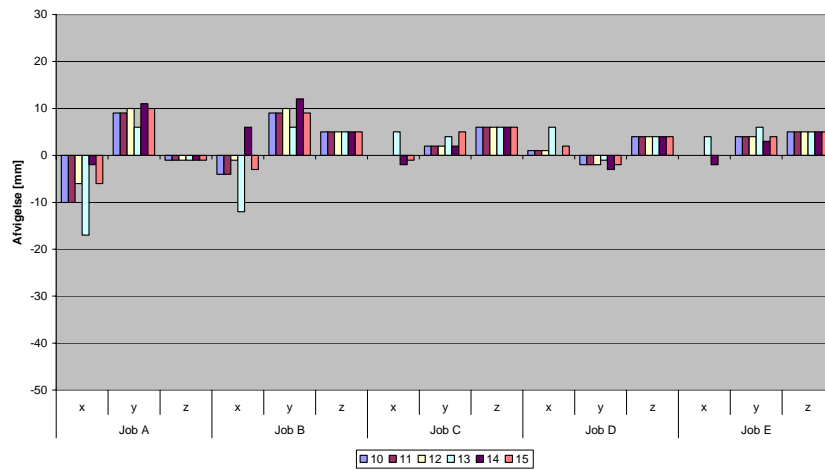


### F3 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – korrigeret

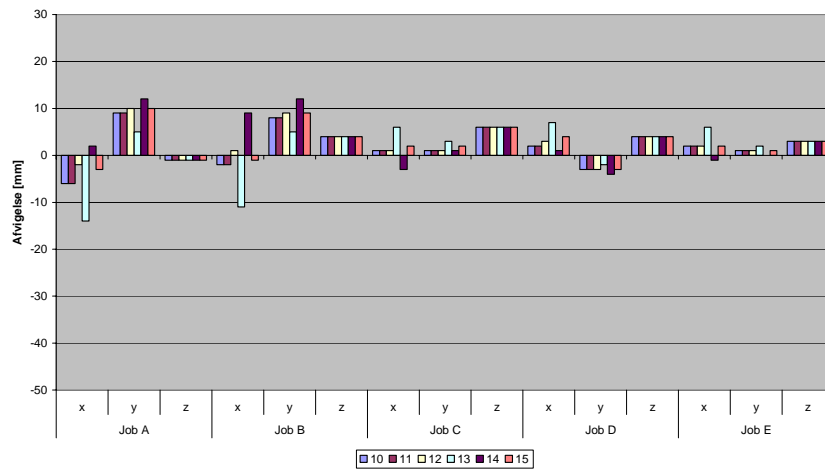
Afvigelse fra pkt. 1004



Afvigelse fra punkt 1004

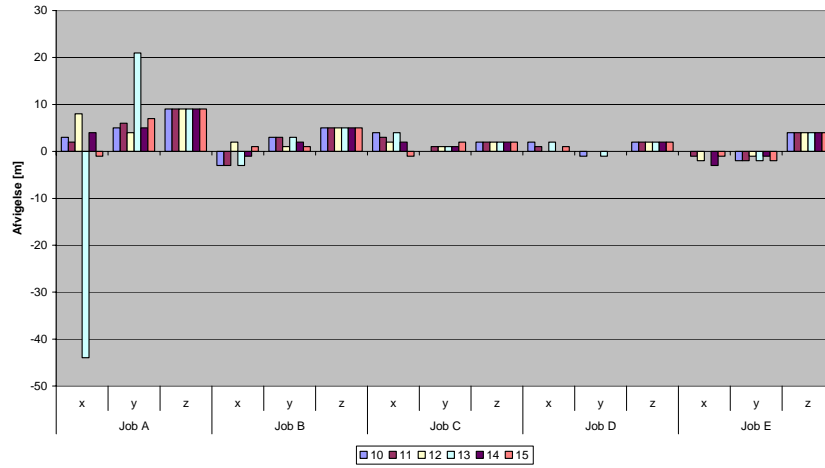


Afvigelse fra kontrolpunkt 1005

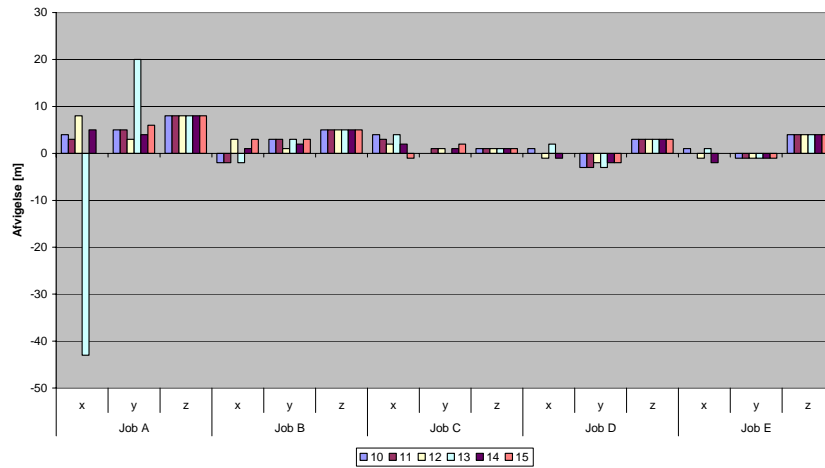


### F3 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – korrigeret

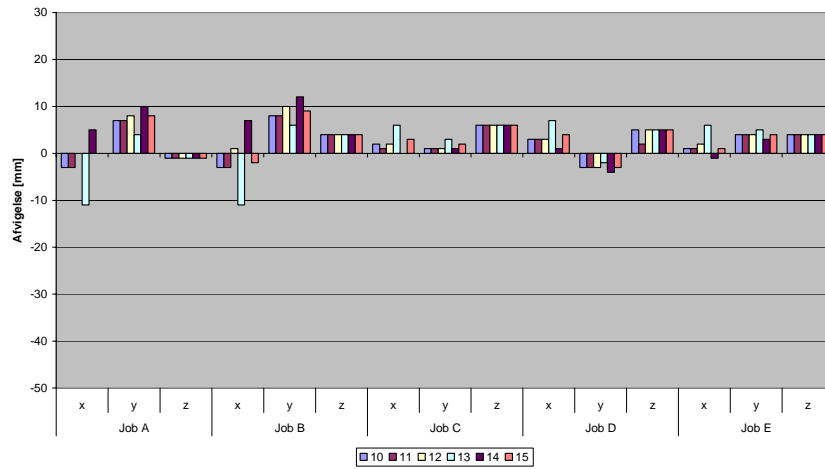
Afvigelse fra pkt. 1005



Afvigelse fra pkt. 1006

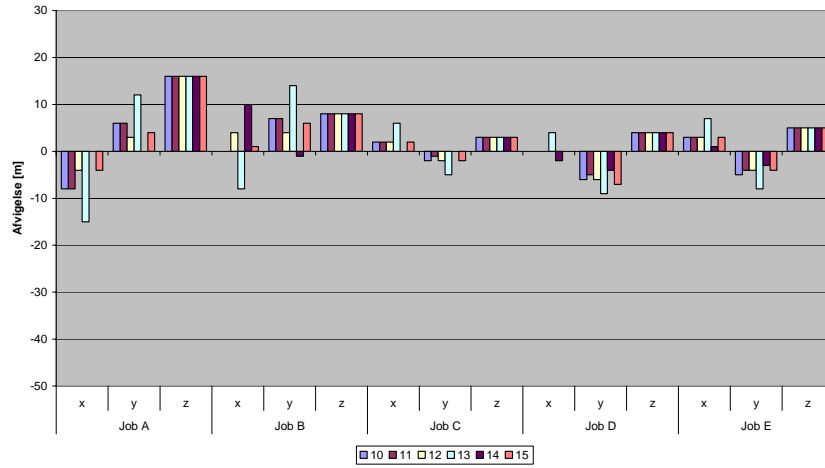


Afvigelse fra kontrolpunkt 1006

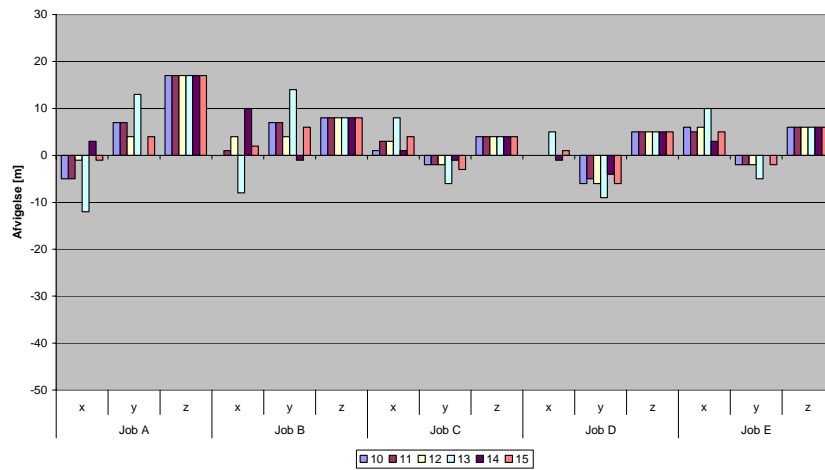


### F3 - Absolut nøjagtighed udgangssigter – korrigeret

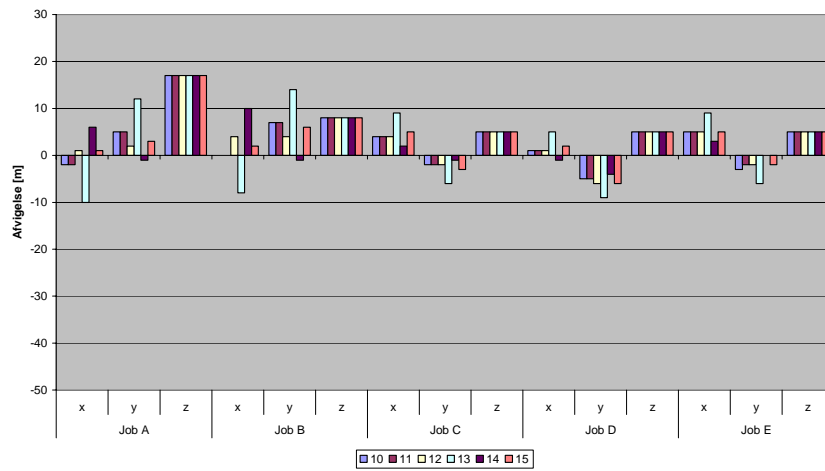
Afvigelse fra pkt. 1007



Afvigelse fra pkt. 1008



Afvigelse fra pkt. 1009



## G10 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – korrigeret

Sammenknytning 10 – Absolut nøjagtighed, korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-3		-2		3		-1		-1		2	7
	114,929	y [mm]	9		-3		4		3		1		5	
	15,013	z [mm]	3		2		4		6		5		4	
1002	87,890	x [mm]	-1		-2		3		0		-1		2	7
	114,932	y [mm]	9		-2		4		2		1		5	
	12,742	z [mm]	2		2		4		5		4		4	
1003	87,888	x [mm]	1		-2		4		0		-1		2	5
	114,953	y [mm]	7		0		2		0		0		3	
	10,720	z [mm]	2		3		4		5		4		4	
1004	105,065	x [mm]	1	-10	-4	-4	3	0	2	1	0	0	4	8
	115,009	y [mm]	6	9	5	9	2	2	1	-2	-1	4	5	
	15,014	z [mm]	9	-1	5	5	1	6	3	4	2	5	5	
1005	105,031	x [mm]	3	-6	-3	-2	4	1	2	2	0	2	3	7
	115,005	y [mm]	5	9	3	8	0	1	-1	-3	-2	1	4	
	12,735	z [mm]	9	-1	5	4	2	6	2	4	4	3	5	
1006	104,926	x [mm]	4	-3	-2	-2	4	2	1	3	1	1	3	7
	115,006	y [mm]	5	7	3	3	0	1	-3	-3	-1	4	4	
	10,580	z [mm]	8	-1	5	4	1	6	3	5	4	4	5	
1007	121,925	x [mm]	-8		0		2		0		3		4	11
	115,012	y [mm]	6		7		-2		-6		-5		5	
	15,031	z [mm]	16		8		3		4		5		9	
1008	121,929	x [mm]	-5		0		1		0		6		4	11
	115,011	y [mm]	7		7		-2		-6		-2		5	
	12,744	z [mm]	17		8		4		5		6		9	
1009	121,971	x [mm]	-2		0		4		1		5		3	11
	115,016	y [mm]	5		7		-2		-5		-3		5	
	10,572	z [mm]	17		8		5		5		5		9	

## G11 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – korrigeret

Sammenknytning 11 – Absolut nøjagtighed, korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-5		-2		2		-2		-2		3	6
	114,929	y [mm]	8		-3		3		2		0		4	
	15,013	z [mm]	3		2		4		6		5		4	
1002	87,890	x [mm]	-2		-2		2		-1		-2		2	6
	114,932	y [mm]	8		-2		3		1		0		4	
	12,742	z [mm]	2		2		4		5		4		4	
1003	87,888	x [mm]	-1		-2		2		-1		-2		2	5
	114,953	y [mm]	6		-1		1		-1		-1		3	
	10,720	z [mm]	2		3		4		5		4		4	
1004	105,065	x [mm]	0	-10	-4	-4	2	0	1	1	-1	0	4	8
	115,009	y [mm]	6	9	5	9	2	2	1	-2	-1	4	5	
	15,014	z [mm]	9	-1	5	5	1	6	3	4	2	5	5	
1005	105,031	x [mm]	2	-6	-3	-2	3	1	1	2	-1	2	3	8
	115,005	y [mm]	6	9	3	8	1	1	0	-3	-2	1	5	
	12,735	z [mm]	9	-1	5	4	2	6	2	4	4	3	5	
1006	104,926	x [mm]	3	-3	-2	-3	3	1	0	3	0	1	2	6
	115,006	y [mm]	5	7	3	8	1	1	-3	-3	-1	4	4	
	10,580	z [mm]	8	-1	5	4	1	6	3	2	4	4	4	
1007	121,925	x [mm]	-8		0		2		0		3		4	9
	115,012	y [mm]	6		7		-1		-5		-4		5	
	15,031	z [mm]	16		8		3		4		5		7	
1008	121,929	x [mm]	-5		1		3		0		5		3	11
	115,011	y [mm]	7		7		-2		-5		-2		5	
	12,744	z [mm]	17		8		4		5		6		9	
1009	121,971	x [mm]	-2		0		4		1		5		3	11
	115,016	y [mm]	5		7		-2		-5		-2		5	
	10,572	z [mm]	17		8		5		5		5		9	

## G12 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – korrigeret

Sammenknytning 12 – Absolut nøjagtighed, korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	1		4		1		-3		-3		3	8
	114,929	y [mm]	13		1		2		2		-1		6	
	15,013	z [mm]	3		2		4		6		5		4	
1002	87,890	x [mm]	4		3		1		-2		-3		3	8
	114,932	y [mm]	12		2		2		1		-1		6	
	12,742	z [mm]	2		2		4		5		4		4	
1003	87,888	x [mm]	5		3		2		-2		-3		3	7
	114,953	y [mm]	11		4		0		-2		-2		5	
	10,720	z [mm]	2		3		4		5		4		4	
1004	105,065	x [mm]	5	-6	2	-1	1	0	0	1	-2	0	3	8
	115,009	y [mm]	4	10	3	10	2	2	1	-2	0	4	5	
	15,014	z [mm]	9	-1	5	5	1	6	3	4	2	5	5	
1005	105,031	x [mm]	8	-2	2	1	2	1	0	3	-2	2	3	8
	115,005	y [mm]	4	10	1	9	1	1	0	-3	-1	1	5	
	12,735	z [mm]	9	-1	5	4	2	6	2	4	4	3	5	
1006	104,926	x [mm]	8	0	3	1	2	2	-1	3	-1	2	3	8
	115,006	y [mm]	3	8	1	10	1	1	-2	-3	-1	4	5	
	10,580	z [mm]	8	-1	5	4	1	6	3	5	4	4	5	
1007	121,925	x [mm]	-4		4		2		0		3		3	10
	115,012	y [mm]	3		4		-2		-6		-4		4	
	15,031	z [mm]	16		8		3		4		5		9	
1008	121,929	x [mm]	-1		4		3		0		6		4	11
	115,011	y [mm]	4		4		-2		-6		-2		4	
	12,744	z [mm]	17		8		4		5		6		9	
1009	121,971	x [mm]	1		4		4		1		5		3	10
	115,016	y [mm]	2		4		-2		-6		-2		4	
	10,572	z [mm]	17		8		5		5		5		9	

## G13 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – korrigeret

Sammenknytning 13 – Absolut nøjagtighed, korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-50		-2		3		-1		-1		22	26
	114,929	y [mm]	-29		-3		4		3		1		13	
	15,013	z [mm]	3		2		4		6		5		4	
1002	87,890	x [mm]	-47		-2		3		0		-1		21	24
	114,932	y [mm]	-29		-2		4		2		1		13	
	12,742	z [mm]	2		2		4		5		4		4	
1003	87,888	x [mm]	-46		-2		4		1		-1		20	25
	114,953	y [mm]	-31		0		2		0		0		14	
	10,720	z [mm]	2		3		4		5		4		4	
1004	105,065	x [mm]	-46	-17	-4	-12	3	5	2	6	0	4	16	19
	115,009	y [mm]	21	6	5	6	2	4	1	-1	-1	6	8	
	15,014	z [mm]	9	-1	5	5	1	6	3	4	2	5	5	
1005	105,031	x [mm]	-44	-14	-3	-11	4	6	2	7	0	6	16	18
	115,005	y [mm]	21	5	3	5	1	3	-1	-2	-2	2	7	
	12,735	z [mm]	9	-1	5	4	2	6	2	4	4	3	5	
1006	104,926	x [mm]	-43	-11	-2	-11	4	6	2	7	1	6	15	17
	115,006	y [mm]	20	4	3	6	0	3	-3	-2	-7	5	7	
	10,580	z [mm]	8	-1	5	4	1	6	3	5	4	4	5	
1007	121,925	x [mm]	-15		-8		6		4		7		9	16
	115,012	y [mm]	12		14		-5		-9		-8		10	
	15,031	z [mm]	16		8		3		4		5		9	
1008	121,929	x [mm]	-12		-8		8		5		10		9	16
	115,011	y [mm]	13		14		-6		-9		-5		10	
	12,744	z [mm]	17		8		4		5		6		9	
1009	121,971	x [mm]	-10		-8		9		5		9		8	16
	115,016	y [mm]	12		14		-6		-9		-6		10	
	10,572	z [mm]	17		8		5		5		5		9	



## G14 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – korrigeret

Sammenknytning 14 – Absolut nøjagtighed, korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-3		1		0		-3		-4		3	7
	114,929	y [mm]	10		-1		2		1		-1		5	
	15,013	z [mm]	3		2		4		6		5		4	
1002	87,890	x [mm]	0		0		1		-2		-4		2	6
	114,932	y [mm]	9		0		2		1		-2		4	
	12,742	z [mm]	2		2		4		5		4		4	
1003	87,888	x [mm]	1		0		1		0		-4		2	6
	114,953	y [mm]	8		2		0		-2		-2		4	
	10,720	z [mm]	2		3		4		5		4		4	
1004	105,065	x [mm]	2	-2	-1	6	1	-2	0	0	-3	-2	3	8
	115,009	y [mm]	5	11	4	12	3	2	1	-3	0	3	6	
	15,014	z [mm]	9	-1	5	5	1	6	3	4	2	5	5	
1005	105,031	x [mm]	4	2	-1	9	2	-3	0	1	-3	-1	3	8
	115,005	y [mm]	5	12	2	12	1	1	0	-4	-1	0	6	
	12,735	z [mm]	9	-1	5	4	2	6	2	4	4	3	5	
1006	104,926	x [mm]	5	5	1	7	2	0	-1	1	-2	-1	3	8
	115,006	y [mm]	4	4	2	12	1	1	-2	-4	-1	3	5	
	10,580	z [mm]	8	-1	5	4	1	6	3	5	4	4	5	
1007	121,925	x [mm]	0		10		0		-2		1		5	10
	115,012	y [mm]	0		-1		0		-4		-3		2	
	15,031	z [mm]	16		8		3		4		5		9	
1008	121,929	x [mm]	3		10		1		-1		3		5	10
	115,011	y [mm]	0		-1		-1		-4		0		2	
	12,744	z [mm]	17		8		4		5		6		9	
1009	121,971	x [mm]	6		10		2		-1		3		5	10
	115,016	y [mm]	-1		-1		-1		-4		0		2	
	10,572	z [mm]	17		8		5		5		5		9	

## G15 – Absolut nøjagtighed udgangssigte – korrigeret

Sammenknytning 15 – Absolut nøjagtighed, korrigeret														
	Sand koordinat	Afvigelse	Job A		Job B		Job C		Job D		Job E		$\sigma$ [mm]	$\sigma_p$ [mm]
1001	87,855	x [mm]	-7		3		-2		-2		-1		4	6
	114,929	y [mm]	6		1		0		2		1		3	
	15,013	z [mm]	3		2		4		6		5		4	
1002	87,890	x [mm]	-4		2		-3		-1		-2		3	6
	114,932	y [mm]	6		1		0		1		0		4	
	12,742	z [mm]	2		2		4		5		4		4	
1003	87,888	x [mm]	-3		3		-1		-1		-1		2	5
	114,953	y [mm]	4		3		2		-1		0		2	
	10,720	z [mm]	2		3		4		5		4		4	
1004	105,065	x [mm]	-3	-6	1	-3	-2	1	1	2	0	0	3	8
	115,009	y [mm]	7	10	3	9	3	5	1	-2	-1	4	5	
	15,014	z [mm]	9	-1	5	5	1	6	3	4	2	5	5	
1005	105,031	x [mm]	-1	-3	1	-1	-1	2	1	4	-1	2	2	7
	115,005	y [mm]	7	10	1	9	2	2	0	-3	-2	1	5	
	12,735	z [mm]	9	-1	5	4	2	6	2	4	4	3	5	
1006	104,926	x [mm]	0	0	3	-2	-1	3	0	4	0	1	2	7
	115,006	y [mm]	6	8	3	9	2	2	-2	-3	-1	4	5	
	10,580	z [mm]	8	-1	5	4	1	6	3	5	4	4	5	
1007	121,925	x [mm]	-4		1		2		0		3		2	10
	115,012	y [mm]	4		6		-2		-7		-4		5	
	15,031	z [mm]	16		8		3		4		5		9	
1008	121,929	x [mm]	-1		2		4		1		5		3	10
	115,011	y [mm]	4		6		-3		-6		-2		4	
	12,744	z [mm]	17		8		4		5		6		9	
1009	121,971	x [mm]	1		2		5		2		5		3	10
	115,016	y [mm]	3		6		-3		-6		-2		4	
	10,572	z [mm]	17		8		5		5		5		9	